

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2011 год, вариант 3

1. Сколько существует четырёхзначных чисел, делящихся на 4, в десятичной записи которых нет цифр 4, 5, 6, 8?

2. Вася и Петя одновременно выбежали с места старта круговой беговой дорожки и побежали в противоположных направлениях с постоянными скоростями. В некоторый момент они встретились. Вася пробежал полный круг и, продолжая бег в том же направлении, добежал до места их первой встречи в тот момент, когда Петя пробежал полный круг. Найдите отношение скоростей Васи и Пети.

3. Решите неравенство

$$\sqrt{x - x^2 + 2} + x^2 > 4 - 5|x - 2|.$$

4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Сумма площадей треугольников AOB и COD равна сумме площадей треугольников BOC и AOD , а площадь треугольника BOC вдвое больше, чем площадь треугольника AOB . Медианы BK и BL треугольников ABD и DBC пересекают отрезок AC в точках M и N соответственно. Найти KL , если $NC = 4$.

5. Рассматриваются плоские сечения правильной пирамиды $SABCD$, параллельные боковому ребру SB и диагонали основания AC , в которые можно вписать окружность. Какие значения может принимать радиус этих окружностей, если $AC = 1$, $\cos \angle SBD = \frac{2}{3}$?

Ответы

1. 180.

2. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

3. $[-1; 2)$.

4. $\frac{9}{2}$.

5. $(0; \frac{1}{6}] \cup \{\frac{1}{3}\}$.