

## Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2011 год, вариант 2

1. Второй член арифметической прогрессии, состоящей из целых чисел, равен 2, а сумма квадратов третьего и четвертого её членов меньше 4. Найдите первый член этой прогрессии.

2. Решите уравнение

$$(3 \log_{|5x-3|} 2 \cdot \log_2 |5x-3| - x) \sqrt{5x^2 - 9x + 4} = 0.$$

3. В сферу радиуса  $\sqrt{3}$  вписан параллелепипед, объём которого равен 8. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

4. Окружность с центром в точке  $O$  касается стороны  $BC$  треугольника  $ABC$  в точке  $C$  и касается медианы  $AD$  треугольника  $ABC$  в точке  $A$ .  $OB$  — биссектриса угла  $AOD$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .

5. Решите уравнение

$$7x^2 + 20x - 14 = 5\sqrt{x^4 - 20x^2 + 4}.$$

## Ответы

1. 3.

2. 1; 3.

3. 24.

4.  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\arcsin \frac{\sqrt{17}-1}{4}$ ,  $\arccos \frac{\sqrt{17}-1}{4}$ .

5.  $\frac{-5-\sqrt{33}}{2}$ ,  $\frac{-10-\sqrt{118}}{3}$ .