Математический праздник

5–6 классы, 1993 год

1. Инопланетянин со звезды Тау Кита, прилетев на Землю в понедельник, воскликнул: «А!». Во вторник он воскликнул: «АУ!», в среду — «АУУА!», в четверг — «АУУАУААУ!». Что он воскликнет в субботу?

2. Мосметрострой нанял двух землекопов для рытья туннеля. Один из них может за час прокопать вдвое больше, чем другой, а платят по договору каждому одинаково за каждый час работы. Что обойдётся дешевле – совместная работа землекопов с двух сторон до встречи или поочерёдное рытьё половины туннеля каждым из землекопов?

3. Как из семи «уголков», каждый из которых склеен из трёх кубиков $1 \times 1 \times 1$, и шести отдельных кубиков $1 \times 1 \times 1$ составить большой куб $3 \times 3 \times 3$?

Можно ли это сделать так, чтобы все отдельные кубики оказались в серединах граней большого куба?

4. Если у числа x подсчитать сумму цифр и с полученным числом повторить это ещё два раза, то получится ещё три числа. Найдите самое маленькое x, для которого все четыре числа различны, а последнее из них равно 2.

5. Дядя Фёдор, кот Матроскин, Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если Шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Фёдором и котом, то кот станет крайним слева. В каком порядке они сидят?

6. Квадрат $ABCD$ со стороной 2 и квадрат $DEFK$ со стороной 1 стоят рядом на верхней стороне AK квадрата $AKLM$ со стороной 3. Между парами точек A и E, B и F, C и K, D и L натянуты паутинки. Паук поднимается снизу вверх по маршруту $AEFB$ и спускается по маршруту $CKDL$. Какой маршрут короче?

7. Али-Баба стоит с большим мешком монет в углу пустой прямоугольной пещеры размером $m \times n$ клеток, раскрашенных в шахматном порядке. Из любой клетки он может сделать шаг в любую из четырёх соседних клеток (вверх, вниз, вправо или влево). При этом он должен либо положить 1 монету в этой клетке, либо забрать из неё 1 монету, если, конечно, она не пуста. Может ли после прогулки Али-Бабы по пещере оказаться, что на чёрных клетках лежит ровно по 1 монете, а на белых монет нет?

8. В спортклубе тренируются 100 толстяков весом от 1 до 100 кг. На какое наименьшее число команд их можно разделить так, чтобы ни в одной команде не было двух толстяков, один из которых весит вдвое больше другого?