

Математический праздник

7 класс, 1991 год

1. Автобусный билет будем считать счастливым, если между его цифрами можно в нужных местах расставить знаки четырёх арифметических действий и скобки так, чтобы значение полученного выражения равнялось 100. Является ли счастливым билет №123456?

2. Подпольный миллионер Тарас Артёмов пришёл в Госбанк, чтобы обменять несколько 50- и 100-рублёвых купюр старого образца. Ему была выдана 1991 купюра более мелкого достоинства¹, причём среди них не было 10-рублёвых. Докажите, что его обсчитали.

3. В начале года винтики, шпунтики и гаечки продавались по одинаковой цене 1 рубль за 1 кг. 27 февраля Верховный Совет СССР принял закон о повышении цены на винтики на 50% и снижении цены на шпунтики на 50%. 28 февраля Верховный Совет РСФСР принял закон о снижении цены на винтики на 50% и повышении цены на шпунтики на 50%. Какой товар будет самым дорогим и какой самым дешёвым в марте?

4. Знайка пришёл в гости к братьям-близнецам Винтику и Шпунтику, зная, что один из них никогда не говорит правду, и спросил одного из них: «Ты Винтик?» «Да», — ответил тот. Когда Знайка спросил об этом же второго, то получил столь же чёткий ответ и сразу определил, кто есть кто.

Кого звали Винтиком?

5. Даны две последовательности:

2, 4, 8, 16, 14, 10, 2 и 3, 6, 12.

В каждой из них каждое число получено из предыдущего по одному и тому же закону.

а) Найдите этот закон.

б) Найдите все натуральные числа, переходящие сами в себя (по этому закону).

в) Докажите, что число 2^{1991} после нескольких переходов станет однозначным.

¹В то время имели хождение купюры по 1, 3, 5, 10, 25, 50 и 100 рублей (нового образца).