

Московская математическая олимпиада

8 класс, 2016 год

1. Можно ли число $1/10$ представить в виде произведения десяти положительных правильных дробей?
2. За круглым столом сидят 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Двое из них заявили: «Оба моих соседа — лжецы», а остальные восемь заявили: «Оба моих соседа — рыцари». Сколько рыцарей могло быть среди этих 10 человек?
3. На медиане AM треугольника ABC нашлась такая точка K , что $AK = BM$. Кроме того, $\angle AMC = 60^\circ$. Докажите, что $AC = BK$.
4. Найдите наименьшее натуральное число, кратное 99, в десятичной записи которого участвуют только чётные цифры.
5. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$, все стороны которого равны между собой. Известно, что угол A равен 120° , угол C равен 135° , а угол D равен n° . Найдите все возможные целые значения n .
6. Чётное число орехов разложено на три кучки. За одну операцию можно переложить половину орехов из кучки с чётным числом орехов в любую другую кучку. Докажите, что, как бы орехи ни были разложены изначально, такими операциями можно в какой-нибудь кучке собрать ровно половину всех орехов.