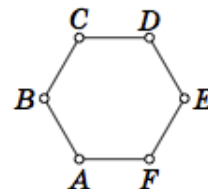


# Московская математическая олимпиада

8 класс, 2011 год

1. В вершинах шестиугольника  $ABCDEF$  (см. рисунок) лежали 6 одинаковых на вид шариков: в  $A$  — массой 1 г, в  $B$  — 2 г, ..., в  $F$  — 6 г. Шутник поменял местами два шарика в противоположных вершинах. Имеются двухчашечные весы, позволяющие узнать, в какой из чаш масса шариков больше. Как за одно взвешивание определить, какие именно шарики переставлены?



2. Пётр родился в XIX веке, а его брат Павел — в XX веке. Однажды братья встретились на праздновании своего общего дня рождения. Пётр сказал: «Мой возраст равен сумме цифр года моего рождения». «Мой тоже», — ответил Павел. На сколько лет Павел младше Петра?

На 9 лет

3. Существует ли шестиугольник, который можно разбить одной прямой на четыре равных треугольника?

Нет

4. Каждое звено несамопересекающейся ломаной состоит из нечётного числа сторон клеток квадрата  $100 \times 100$ , соседние звенья перпендикулярны. Может ли ломаная пройти через все вершины клеток?

Нет

5. Точки  $M$  и  $N$  — середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Перпендикуляр, опущенный из точки  $M$  на диагональ  $AC$ , и перпендикуляр, опущенный из точки  $N$  на диагональ  $BD$ , пересекаются в точке  $P$ . Докажите, что  $PA = PD$ .

6. В каждой клетке квадратной таблицы написано по числу. Известно, что в каждой строке таблицы сумма двух наибольших чисел равна  $a$ , а в каждом столбце таблицы сумма двух наибольших чисел равна  $b$ . Докажите, что  $a = b$ .