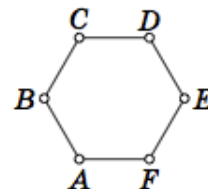


Московская математическая олимпиада

8 класс, 2011 год

1. В вершинах шестиугольника $ABCDEF$ (см. рисунок) лежали 6 одинаковых на вид шариков: в A — массой 1 г, в B — 2 г, ..., в F — 6 г. Шутник поменял местами два шарика в противоположных вершинах. Имеются двухчашечные весы, позволяющие узнать, в какой из чаш масса шариков больше. Как за одно взвешивание определить, какие именно шарики переставлены?



2. Пётр родился в XIX веке, а его брат Павел — в XX веке. Однажды братья встретились на праздновании своего общего дня рождения. Пётр сказал: «Мой возраст равен сумме цифр года моего рождения». «Мой тоже», — ответил Павел. На сколько лет Павел младше Петра?

3. Существует ли шестиугольник, который можно разбить одной прямой на четыре равных треугольника?

4. Каждое звено несамопересекающейся ломаной состоит из нечётного числа сторон клеток квадрата 100×100 , соседние звенья перпендикулярны. Может ли ломаная пройти через все вершины клеток?

5. Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$. Перпендикуляр, опущенный из точки M на диагональ AC , и перпендикуляр, опущенный из точки N на диагональ BD , пересекаются в точке P . Докажите, что $PA = PD$.

6. В каждой клетке квадратной таблицы написано по числу. Известно, что в каждой строке таблицы сумма двух наибольших чисел равна a , а в каждом столбце таблицы сумма двух наибольших чисел равна b . Докажите, что $a = b$.