

Олимпиада «Ломоносов» по математике

9 класс, 2012 год

1. В результате проведённого в школе конкурса юных талантов призы получили 58% участников. Довольными итогами конкурса остались 95% участников, причём 60% из них получили призы. Какая часть недовольных участников конкурса получила призы?

20%

2. Какие наибольшее и наименьшее значения может принимать произведение двух чисел при условии, что их сумма принадлежит отрезку $[4; 5]$, а разность — отрезку $[11; 12]$?

-24 и -32

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнения

$$x^2 + ax + 2012 = 0 \quad \text{и} \quad x^2 + 2012x + a = 0$$

имеют хотя бы один общий корень.

2012, -2013

4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Найдите величину угла ACB , если известно, что $\angle ACD = 72^\circ$ и $AB = BD$.

54°

5. Решите уравнение

$$|1 - x| + |9 - x| + |25 - x| + |49 - x| + |81 - x| = 120.$$

25

6. Функция $f(x)$ удовлетворяет при каждом значении x равенству

$$f(x + 2) = f(x) + 4x + 4.$$

Найдите $f(2012)$, если $f(2) = 0$.

 $f(2012) = 2012^2 - 4 = 4048140$

7. Найдите периметр выпуклого многоугольника, множество вершин которого в координатной записи совпадает с множеством целочисленных пар решений уравнения

$$x^2 + xy = x + 2y + 9.$$

 $16 + 12\sqrt{5}$