

Олимпиада «Ломоносов» по математике

7 класс, 2014 год

1. На острове рыцарей и лжецов живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды путешественник забрёл на вечеринку, на которой собрались 12 жителей острова (назовём их для краткости A, B, \dots, L). Путешественник подсел к A и начал задавать вопросы: B — рыцарь или лжец?; C — рыцарь или лжец?; \dots ; L — рыцарь или лжец? По полученным 11-ти ответам путешественник смог определить, сколько всего рыцарей среди A, \dots, L . Сделайте это и вы.
2. Найдите наименьшее целое $n > 3$, при котором не существует выпуклого n -угольника, каждый внутренний угол которого составляет чётное число градусов.
3. Незнайка придумал фантастическое умножение \circledast , которое для любых x и y удовлетворяет аксиомам нуликативности $x \circledast x = 0$ и тилимитивности: $x \circledast (y \circledast z) = (x \circledast y) + z$. Помогите Знайке вычислить $1755 \circledast 2014$.
4. 2014-значное число $\underbrace{357\dots}_{2014}$ обладает следующим свойством: если взять любые шесть цифр, идущих подряд (в том порядке, в каком они идут), то образованное ими шестизначное число будет делиться на 7, на 11 и на 13. Первые три цифры этого числа — 3, 5 и 7. Найдите три последние цифры. В ответе укажите трёхзначное число, которое они образуют.

Ответы

1. 6.

2. 181.

3. -259.

4. 573.