

Олимпиада «Ломоносов» по математике

7 класс, 2013 год

1. Моторная лодка идёт один час по течению из Верхних Васюков в Нижние Васюки, а возвращается против течения за два часа. Вовочка из Верхних Васюков пустил по речке бумажный кораблик. Через какое время кораблик приплывёт в Нижние Васюки?

2. а) Сколько натуральных делителей имеет число $N = 1 \underbrace{00 \dots 0}_{99}$? б) Найдите количество натуральных делителей числа N , не являющихся точными квадратами (т. е. квадратами натуральных чисел).

3. Дан параллелограмм $ABCD$ и выбраны точки A_1 , B_1 , C_1 и D_1 такие, что точка A является серединой отрезка DD_1 , точка B — серединой AA_1 , точка C — серединой BB_1 и точка D — серединой CC_1 . Докажите, что четырёхугольник $A_1B_1C_1D_1$ является параллелограммом.

4. Блоха прыгает по числовой прямой, причём длина каждого прыжка не может быть меньше n . Она начинает своё движение из начала координат и хочет побывать во всех целых точках, принадлежащих отрезку $[0; 2013]$ (и только в них!) ровно по одному разу. При каком наибольшем значении n это у неё получится?

5. Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные):

$$MSU + MSU + MSU + MSU + OLYMP + OLYMP = MOSCOW.$$

6. Сколькими различными способами шахматный король может пройти с поля $e1$ на поле $h5$, если ему разрешается ходить только на одну клетку вправо, вверх или по диагонали вправо вверх?

Ответы

1. Через 4 часа.

2. а) 10000; б) 7500.

3.

4. 1006.

5. $143 + 143 + 143 + 143 + 97012 + 97012 = 194596$.

6. 129.