

Олимпиада «Ломоносов» по математике

5–6 классы, 2018 год

1. На острове рыцарей и лжецов живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды пятерых жителей этого острова по очереди спросили, сколько среди них рыцарей.

- Один, — ответил первый.
- Два, — ответил второй.
- Три, — ответил третий.
- Не верьте им, они все лжецы, — сказал четвёртый.
- Сам ты лжец! — сказал пятый четвёртому.

Сколько рыцарей было на самом деле?

2

2. Первокласник Петя выкладывал из имеющихся у него фишек контур равностороннего треугольника так, что каждая его сторона, включая вершины, содержит одинаковое число фишек. Затем из тех же фишек ему удалось таким же образом выложить контур квадрата. Сколько фишек у Пети, если сторона квадрата содержит на две фишки меньше, чем сторона треугольника?

24

3. Петров и Васечкин решали один и тот же арифметический пример. Некоторое число надо было разделить на 2, умножить на 7 и отнять 1001. Петров произвёл все действия правильно, а Васечкин всё перепутал: поделил на 8, возвёл в квадрат и тоже отнял 1001. Известно, что у Петрова получилось простое число. Какое число получилось у Васечкина?

292

4. Назовём натуральное число n *квадратируемым*, если числа от 1 до n можно расставить в таком порядке, что каждый член последовательности в сумме со своим номером даёт точный квадрат. Например, число 5 квадратируемо, так как можно расставить числа так: 3 2 1 5 4, при этом $3 + 1 = 2 + 2 = 1 + 3 = 4$ и $5 + 4 = 4 + 5 = 9$. Выясните, какие из чисел 7, 9, 11, 15 являются квадратируемыми.

5. Числа от 1 до 8 расставлены в вершинах куба так, чтобы сумма чисел в любых трёх вершинах, находящихся на одной грани, была не менее 10. Какова наименьшая возможная сумма чисел, стоящих в вершинах одной грани?

6. На клетчатой бумаге (сторона клетки 1 см) нарисован прямоугольник, стороны которого лежат на линиях сетки, причём одна сторона на 5 см меньше другой. Оказалось, что его можно разрезать по линиям сетки на несколько частей и сложить из них квадрат. Чему может быть равна сторона этого квадрата? Найдите все возможные значения.

9

7. Все натуральные числа, сумма цифр каждого из которых равна 5, упорядочили по возрастанию. Какое число стоит на 125-м месте?

41001