

Олимпиада «Ломоносов» по математике

9 класс, 2016 год

1. В прямоугольнике $ABDF$ на сторонах $BD = 2$ и $DF = 3$ выбрали точки C и E соответственно, так, что треугольник AFE равен треугольнику EDC . Потом от прямоугольника $ABDF$ отрезали треугольники ABC , CDE и AFE . Найдите углы оставшегося треугольника.

90°, 45°, 45°

2. Можно ли нанести на грани двух кубиков неотрицательные целые числа так, чтобы при случайном бросании сумма выпавших очков могла быть равна любому целому числу от 1 до 36? Если это возможно, то в ответе укажите сумму всех 12 чисел на гранях; если невозможно — в ответе запишите 0.

111

3. Найдите все такие трёхзначные числа \overline{LOM} , состоящие из различных цифр L , O и M , для которых выполняется равенство:

$$\overline{LOM} = (L + O + M)^2 + L + O + M.$$

151

4. Пете на день рождения подарили новый электролобзик, с функцией подсчёта длины сделанных пропилов. Чтобы опробовать подарок, Петя взял квадратный кусок фанеры со стороной 50 см и распилил его на квадраты со стороной 10 см и квадраты со стороной 20 см. Сколько всего квадратов получилось, если электролобзик показывает общую длину пропилов 2 м 80 см?

91

5. Сколько существует четырёхзначных чисел, обладающих следующими свойствами: все цифры числа чётные; число кратно четырём; если зачеркнуть последнюю цифру, то полученное трёхзначное число не кратно четырём?

120

6. Найдите величину

$$f\left(\frac{1}{2016}\right) + f\left(\frac{2}{2016}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2016}\right),$$

если $f(x) = \frac{x^3 + 9x - 2}{x^2 - x + 2}$.

3026,5