

Олимпиада «Курчатов» по математике

6 класс, 2017 год

1. Замените звёздочки цифрами так, чтобы пример на умножение в столбик стал верным. (Достаточно указать один способ это сделать.)

$$\begin{array}{r}
 \times \quad 2 \ * \ * \\
 \quad \quad \ * \ * \\
 \hline
 \quad \quad \ * \ 6 \ 1 \\
 \quad \ * \ * \ * \\
 \hline
 \ * \ * \ 0 \ 1
 \end{array}$$

2. Зайчик, ёжик и белочка дарят друг другу орехи. Сначала ёжик и белочка подарили ровно половину своих орехов зайчику. Затем белочка и зайчик отдали ровно половину того, что имеют, ёжику. Наконец, зайчик и ёжик отдали ровно половину имеющихся у них орехов белочке. Известно, что у белочки и в начале, и в конце было 44 ореха. Сколько всего орехов у зверят? Приведите все варианты ответа и докажите, что других нет.

22

3. В одной из клеток бесконечного клетчатого листа бумаги сидит лягушонок. За один прыжок он смещается в соседнюю по стороне клетку. Назовем клетку *прекрасной*, если лягушонок может в ней оказаться ровно через 2017 прыжков. Сколько всего прекрасных клеток?

2018²

4. Алексей написал на доске несколько последовательных натуральных чисел. Оказалось, что лишь у двух из написанных чисел сумма цифр делится на 8: у наименьшего и у наибольшего. Какое максимальное количество чисел могло быть написано на доске?

5. В клубе любителей чая состоят 20 джентльменов. У каждого джентльмена ровно 13 друзей среди остальных членов клуба. Совет клуба состоит из 10 наиболее выдающихся любителей чая, которые дружат каждый с каждым. Докажите, что весь клуб можно разделить на две группы так, чтобы в каждой из групп любые двое были друзьями.