

## Олимпиада «Курчатов» по математике

9 класс, 2016 год

1. Известна сумма куба и квадрата некоторого нецелого числа. Всегда ли можно определить знак исходного числа?

Нет

2. Натуральное число называется *палиндромом*, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2016 — нет). Докажите, что любое число вида 2016...2016 (группа цифр 2016 повторена несколько раз) можно представить в виде произведения двух палиндромов.

3. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$ . На боковой стороне  $AB$  отметили такую точку  $M$ , что  $CM = AC$ . Затем на боковой стороне  $BC$  отметили такую точку  $N$ , что  $BN = MN$ , и провели биссектрису  $NH$  в треугольнике  $CNM$ . Докажите, что  $H$  лежит на медиане  $BK$  треугольника  $ABC$ .

4. Через точку с координатами  $(9, 9)$  проведены прямые (включая параллельные осям координат), которые делят плоскость на углы в  $9^\circ$ . Найдите сумму абсцисс точек пересечения этих прямых с прямой  $y = 10 - x$ .

061

5. Есть 64 шашки трёх цветов, разбитые на пары так, что в каждой паре цвета шашек различны. Докажите, что все шашки можно расставить на шахматной доске так, чтобы шашки в каждом двуклеточном прямоугольнике были разных цветов.