

Олимпиада «Курчатов» по математике

9 класс, 2015 год

1. Делитель натурального числа называется *собственным*, если он не равен самому числу и 1. Найдите все такие натуральные числа, у которых самый большой собственный делитель отличается на 3 (в ту или другую сторону) от куба самого маленького собственного делителя.

10 и 27

2. Можно ли какой-нибудь клетчатый квадрат разрезать по границам клеток на две фигуры одинакового периметра так, чтобы в одной фигуре клеток было ровно в 8,5 раз больше, чем в другой?

Нет

3. Ученику дано число x , записанное как обыкновенная дробь с однозначным знаменателем. Он вычислил три новых числа $5x$, $7x$ и $9x$ (все они оказались не целыми). Каждое из трёх новых чисел ученик округлил до ближайшего целого и результаты сложил. Получилось 50. Найдите x . (Число округляется в меньшую сторону, если его дробная часть меньше $1/2$, и в большую, если дробная часть больше либо равна $1/2$.)

 $\frac{8}{61}$

4. На медиане CM треугольника ABC выбрана такая точка D , что $2CD = AB$. Прямая BD пересекает сторону AC в точке E . Докажите, что если $DE = CE$, то угол BMC равен 120° .

5. Вначале на каждой клетке шахматной доски 8×8 стоит по одной пешке — они считаются столбиками из одной пешки (а в процессе игры будут образовываться столбики и из нескольких пешек). За один ход разрешается переставить любой столбик ходом ладьи: по вертикали или горизонтали *на столько клеток, сколько в нем пешек* (то есть, столбик из одной пешки ходит на соседнюю клетку, из двух пешек — прыгает через клетку и т. п.). Если столбик попал на непустую клетку, он ставится на верх стоящего там столбика и объединяется с ним. Можно ли за 63 хода собрать все пешки на одной клетке?

Нет