

## Олимпиада «Курчатов» по математике

8 класс, 2015 год

1. Можно ли какой-нибудь клетчатый квадрат разрезать по границам клеток на две фигуры одинакового периметра так, чтобы в одной фигуре клеток было ровно в 8 раз больше, чем в другой?

еГ

2. Делитель натурального числа называется *собственным*, если он не равен самому числу и 1. Найдите все такие натуральные числа, у которых самый большой собственный делитель на 5 больше куба самого маленького собственного натурального делителя.

9Г

3. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  провели серединные перпендикуляры к сторонам  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ . Внутри четырехугольника эти перпендикуляры не пересеклись. Точки пересечения этих перпендикуляров со стороной  $AD$  разбили её на четыре равные части. Докажите, что  $AD \parallel BC$ .

4. Ученику дано число  $x$ , записанное как обыкновенная дробь с однозначным знаменателем. Он вычислил три новых числа  $2x$ ,  $4x$  и  $5x$  (все они оказались не целыми и не полуцелыми). Каждое из трёх новых чисел ученик округлил до ближайшего целого и результаты сложил. Получилось 120. Найдите  $x$ . (Число округляется в меньшую сторону, если его дробная часть меньше  $1/2$ , и в большую, если дробная часть больше либо равна  $1/2$ .)

 $\frac{6}{86}$ 

5. Вначале на каждой клетке шахматной доски  $8 \times 8$  стоит по одной пешке — они считаются столбиками из одной пешки (а в процессе игры будут образовываться столбики и из нескольких пешек). За один ход разрешается переставить любой столбик ходом ладьи: по вертикали или горизонтали *на столько клеток, сколько в нем пешек* (то есть, столбик из одной пешки ходит на соседнюю клетку, из двух пешек — прыгает через клетку и т. п.). Если столбик попал на непустую клетку, он ставится на верх стоящего там столбика и объединяется с ним. Можно ли за 63 хода собрать все пешки на одной клетке?

Нет