

Олимпиада «Курчатов» по математике

8 класс, 2014 год

1. От двух игрушечных азбук осталось всего 14 букв. Каждая буква первой азбуки тяжелее любой буквы из второй, но если буквы взяты из одной и той же азбуки, то весят поровну. Известно, что составленное из этих букв слово ЦИРКУЛЬ легче, чем слово ЧАСТНОЕ, слово ЧАСТЬ легче, чем КРЕСТ, а буква Е легче Ъ. Определите все тяжёлые буквы.

□

2. На экране компьютера записано натуральное число. Если стереть любую цифру, то оставшееся число разделится на 7. Докажите, что либо в записи числа нет троек, либо все его цифры — тройки.

3. К боковой стороне AB равнобокой трапеции $ABCD$ провели серединный перпендикуляр. Он пересёк отрезок BC в точке E . Найдите угол ABC , если известно, что прямые AE и CD перпендикулярны.

□

4. По кругу записаны 77 натуральных чисел. Известно, что если у двух чисел есть общий сосед (то есть между ними расположено ровно одно число), то одно из них делится на другое. Докажите, что найдутся два числа, у которых нет общего соседа, но при этом одно из них делится на другое.

5. На свободные поля шахматной доски 8×8 по одному выставляли чёрных и белых слонов. Чёрный слон при выставлении бил чётное число ранее выставленных слонов любых цветов (в частности, мог не бить никого), а белый — нечётное. Так заполнили всю доску. Какое наименьшее число чёрных слонов могло быть выставлено? (Слоны бьют друг друга если стоят на одной диагонали и между ними нет других слонов.)

□