

## Олимпиада «Физтех» по математике

## 9 класс, 2016 год, вариант 1

1. Найдите количество точек плоскости  $xOy$ , имеющих *натуральные* координаты  $x$ ,  $y$  и лежащих на параболе  $y = -\frac{x^2}{4} + 9x + 19$ .

81

2. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x} - 6}{2 - \sqrt{x+4}} \geq 2 + \sqrt{x+4}.$$

[4;0]

3. В числе  $2*0*1*6*0*$  нужно заменить каждую из 5 звёздочек на любую из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (цифры могут повторяться) так, чтобы полученное 10-значное число делилось на 45. Сколькими способами это можно сделать?

1458

4. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|2-x| + \frac{x^2 - x - 6}{3-x} = 0$$

имеет ровно одно решение.

(-1;1] ∪ {5}

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + \sqrt{2x+3y} - 3y = 5, \\ 4x^2 + 2x + 3y - 9y^2 = 32. \end{cases}$$

 $(\frac{2}{3}, \frac{1}{11})$ 

6. Точка  $A$  лежит на стороне  $LM$  треугольника  $KLM$  с углом  $120^\circ$  при вершине  $K$ . В треугольники  $AKL$  и  $AKM$  вписаны окружности с центрами  $F$  и  $O$  соответственно. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $FKO$ , если  $AO = 2$ ,  $AF = 7$ .

 $\frac{8}{3}\sqrt{3}$