

Олимпиада «Физтех» по математике

8 класс, онлайн-этап, 2016/17 год

1. Найдите натуральное число n , для которого выполняется равенство

$$\frac{4^3 - 1}{4^3 + 1} \cdot \frac{5^3 - 1}{5^3 + 1} \cdot \dots \cdot \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1} = \frac{2979}{3224}.$$

18

2. Из карточек, на которых написаны цифры 1, 1, 2, 3, 3, 4, 4 составляются натуральные числа, делящиеся на 36. Сколькими способами это можно сделать? (некоторые карточки при составлении чисел можно не использовать, число не может начинаться на 0).

971

3. За круглым столом сидят гномы. Гномы по кругу передают горшок с золотыми монетами. Первый гном взял из горшка 1 монету, второй — 2, третий — 3 и так далее. Каждый следующий брал ровно на одну монету больше. Оказалось, что на третьем круге гномы суммарно взяли на 338 монет больше, чем на первом. Какое наибольшее количество гномов могло сидеть за столом?

81

4. Вася вырезал из волейбольной сетки кусок 37×37 ячеек. Петя красит эту сетку следующим образом. Он выбирает любой квадрат (из ячеек сетки) и красит его границу. Какое наименьшее число квадратов он должен покрасить, чтобы вся сетка оказалась покрашенной? Выбираемый квадрат может быть любого размера. Разрешается красить куски сетки несколько раз.

72

5. Таня ездит на велосипеде вдвое быстрее своего младшего брата Пети, а на самокате вдвое медленнее, чем он на велосипеде. Таня и Петя, стартовав вместе, поехали на велосипедах, и через 3 минуты Таня пересела на самокат. Через сколько минут Петя догонит Таню?

6:9

6. Вася и Маша учатся в одном классе. Мальчиков в этом классе в два раза больше, чем девочек. У Васи одноклассников на 8 больше, чем одноклассниц. Сколько одноклассниц у Маши?

8

7. Петя записал на доске числа 206542 и 246151. Коля задумал трёхзначное число и разделил оба петиных числа с остатком на задуманное число. В результате деления оказалось, что в обоих случаях в остатке получилось одно и то же двузначное число. Найдите это двузначное число.

21

8. В прямоугольнике $ABCD$ стороны $AB = 21$, $AD = 20$. Биссектриса угла ABD пересекает прямую CD в точке E , а биссектриса угла ADB пересекает прямую BC в точке F . Найдите квадрат длины отрезка EF .

1067

9. Есть несколько 50-литровых баков. В первый налит 1 литр бензина, во второй — 2 литра бензина, в третий — 3 литра бензина, в четвёртый — 4 литра бензина, в пятый — 5 литров бензина, в шестой — 6 литров бензина. За одну операцию можно перелить из любого бака в другой вдвое больше бензина, чем в нём уже есть. Какой максимальный объём бензина можно собрать в одном баке?

81

10. Котенок Гав и щенок Шарик нашли сосиску и схватили ее зубами одновременно с двух сторон. Если Шарик откусит свой кусок и уйдет, Гаву достанется на 20 грамм больше, чем Шарику. Если Гав откусит свой кусок и уйдет, Шарику достанется на 30 грамм больше, чем Гаву. Сколько грамм сосиски останется, если оба откусят свои куски и уйдут?

25