# Олимпиада «Физтех» по математике

## 8 класс, онлайн-этап, 2015/16 год

**1.** В пятизначном числе $*5*3*$ некоторые цифры заменены звёздочками. Известно, что это число делится на 15. Найдите количество таких пятизначных чисел.

60

**2.** Два натуральных числа назовём *близкими взаимно простыми*, если они взаимно простые и различаются не больше чем на 3. Найдите количество пар близких взаимно простых чисел, расположеных между 70 и 191 включительно.

261

**3.** Среднее арифметическое двенадцати различных натуральных чисел равно 17. Найдите наибольшее возможное значение наибольшего из этих чисел.

138

**4.** На велотреке одновременно уходят со старта 4 велосипедиста. Скорость первого равна 50 км/ч, второго — 40 км/ч, третьего — 30 км/ч, четвёртого — 20 км/ч. Первый велосипедист считает количество велосипедистов, которых он обогнал. В момент старта обгон не считается. Какого велосипедиста он посчитал 31-м?

Четвёртого

**5.** Прямая, проходящая через середину $M$ гипотенузы $BC$ прямоугольного треугольника $ABC$ параллельно прямой $AB$, пересекает продолжение биссектрисы $BL$ угла $ABC$ за точку $L$ в точке $P$. Найдите $\angle ACP$, если $\angle ABC = 65^\circ$.

$32{,}5^\circ$

**6.** Гек Финн красит расположенный вдоль дороги забор, состоящий из 52 досок. Каждую доску он красит либо в красный, либо в зелёный цвет. При этом Гек хочет, чтобы рядом с каждой красной доской была зелёная. Какое наибольшее количество досок Гек может покрасить в красный цвет?

34

**7.** Точки $M$ и $N$ — середины сторон $AB$ и $BC$ треугольника $ABC$. На стороне $AC$ выбрана точка $D$ так, что $AD = 4$, $DC = 8$. Найдите длину стороны $AB$, если известно, что $MD = DN$, а $BC = 11$.

5

**8.** На доске написано число 643254325432. Некоторые цифры стерли так, чтобы получилось наибольшее возможное число, делящееся на 9. Чему равно это наибольшее число?

643543243432

**9.** Сколько существует пар натуральных чисел $x > y$ таких, что их произведение на 19999 больше их суммы?

$\boxed{15}$

**10.** Набор чисел $a$, $b$, $c$ каждую секунду заменяется на $a+b-c$, $b+c-a$, $c+a-b$. В начале имеется набор чисел 1000, 987, 998. Через некоторое время получился набор 4067, 6115, $x$. Какое наибольшее значение может принимать $x$?

$\boxed{-7197}$