

## Олимпиада «Физтех» по математике

6 класс, онлайн-этап, 2015/16 год

1. По дороге едут велосипедисты: на запад — Вася и Петя с равными между собой скоростями, а на восток — Коля и Миша с равными между собой скоростями. Вася встретился с Мишей в 12:00, Петя с Мишей — в 14:00, Вася с Колей — в 15:00. Когда встретились Петя с Колей?

В 17:00

2. Два натуральных числа назовём *близкими взаимно простыми*, если они взаимно простые и различаются не больше чем на 3. Найдите количество пар близких взаимно простых чисел, расположенных между 61 и 175 включительно.

242

3. Сколько целых чисел от 178 до 2311 имеют сумму цифр, делящуюся на 5?

426

4. В мешке лежат 35 синих и красных шаров. Среди любых 20 шаров есть хотя бы один синий, а среди любых 17 шаров есть хотя бы один красный. Сколько красных шаров в мешке?

19

5. Набор чисел  $a, b, c$  каждую секунду заменяется на  $a + b - c, b + c - a, c + a - b$ . В начале имеется набор чисел 2111, 2198, 2100. Через некоторое время получился набор 6787, 5379,  $x$ . Какое наибольшее значение может принимать  $x$ ?

-5757

6. На велотреке одновременно уходят со старта 4 велосипедиста. Скорость первого равна 50 км/ч, второго — 40 км/ч, третьего — 30 км/ч, четвёртого — 20 км/ч. Первый велосипедист считает количество велосипедистов, которых он обогнал. В момент старта обгон не считается. Какого велосипедиста он посчитал 43-м?

Четвёртого

7. В ребусе  $AAAAA + BBBB + CCC + DD + E = 66067$  одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры. Найдите  $E$ .

3

8. Том Сойер красит расположенный вдоль дороги забор, состоящий из 50 досок. Каждую доску он красит либо в красный, либо в зелёный цвет. При этом Том хочет, чтобы рядом с каждой красной доской была зелёная. Какое наибольшее количество досок Том может покрасить в красный цвет?

33

9. Квадрат  $32 \times 32$  распилили на квадраты  $2 \times 2$  и прямоугольники  $1 \times 4$ . При этом общая длина распилов оказалась равна 1014. Какое наибольшее количество квадратиков  $2 \times 2$  могло получиться?

202

10. На доске написано число 543254325432. Некоторые цифры стёрли так, чтобы получилось наибольшее возможное число, делящееся на 9. Чему равно это наибольшее число?

54325432532