

Открытая олимпиада Физтех-лицея 2015**Математика, 5 класс**

1. Малыш Федя построил из кубиков замок. Если посмотреть на него спереди, то видно 21 кубиков, а если посмотреть на замок справа, то видно 15 кубиков. Какое наибольшее количество кубиков может быть в замке?

312

2. Сколько существует чётных натуральных чисел, меньших 1000, у которых количество цифр чётно?

45

3. В преддверии хоккейного матча «Метеор» — «Вымпел» стала известна информация о купленных билетах. На южную трибуну было продано более $5/11$ билетов, на северную — более 10% билетов, на западную — более $4/9$ билетов, а на восточную трибуну билетов не продавали. Какое наименьшее число билетов могло быть продано на матч?

692

4. В сломанной повозке лошадь, идущая слева, устаёт через 30 км бега, а лошадь, идущая справа, — через 130 км. Через сколько километров после начала движения нужно поменять лошадей местами, чтобы они устали одновременно?

24,375

5. Сколькими способами можно выбрать из 11 человек группу для участия в эксперименте, состоящую из по крайней мере одного человека (в группе может быть любое число человек от 1 до 11)?

2047

6. На острове живет 25 человек: рыцари, лжецы и хитрецы. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут, а хитрецы отвечают на заданные им вопросы по очереди то правду, то ложь. Все жителям острова было задано три вопроса: «Вы рыцарь?», «Вы хитрец?», «Вы лжец?». На первый вопрос «Да» ответили 22 человек, на второй — 10 человек, на третий — 3 человека. Сколько хитрецов живет на этом острове?

6

7. Средний возраст одиннадцати футболистов — 25 лет. Во время игры один из игроков был удалён и средний возраст оставшихся игроков стал 27 лет. Сколько лет удалённому игроку?

5

8. В классе несколько детей, которые ходят в кружки. В каждый кружок ходит ровно 12 учеников. Каждый из учеников ходит ровно в 2 кружка. Для любых двух кружков ровно один ученик посещает оба этих кружка. Сколько учеников в классе?

78

9. Пусть N — наименьшее натуральное число, которое дает различные остатки от деления на 2, 4, ..., 2014. Какой остаток число N дает при делении на 2014?

2012

10. Два бегуна тренируются на круговом стадионе. Они стартуют с диаметрально противоположных точек, и время от времени один из них обгоняет другого. Известно, что третий обгон произошёл после часа с начала тренировки. Через какое количество минут после третьего случился шестой обгон?

72

11. В понедельник в школьную библиотеку пришло 5 учеников, во вторник — 6, в среду — 4, в четверг — 8, в пятницу — 7. Никто из учеников не был в библиотеке два дня подряд. Какое наименьшее количество учеников побывало в библиотеке с понедельника по пятницу?

15

12. В ряд выстроились 300 человек, любой из которых либо рыцарь, всегда говорящий правду, либо лжец, всегда лгущий. Каждый сделал заявление: «Рыцарей справа от меня меньше, чем лжецов слева от меня». Сколько среди них рыцарей?

151

13. Есть колода карточек, пронумерованных от 1 до 4000. Эту колоду перемешали и теперь играют в игру. Каждый шаг этой игры состоит из двух действий:

- 1) верхнюю карту кладём вниз колоды;
- 2) ту карту, которая после первого действия стала верхней, перекладываем вниз другой колоды (изначально другая колода пустая).

Оказалось, что после игры карты во второй колоде расположились следующем порядке: 1, 2, 3, 4, ..., 4000. Какая карта лежала сверху первой колоды в самом начале?

838

14. Трое мальчиков собрались вместе поехать на велосипедах из города на пляж. Но у них есть только два велосипеда. За какое наименьшее число минут все трое смогут попасть на пляж, если до пляжа 42 км, а они могут передвигаться пешком или велосипеде с одинаковыми скоростями каждый: 21 км/ч на велосипеде и 7 км/ч пешком?

002

15. В новый набор к командиру корабля пришло служить 18 матросов. После отплытия оказалось, что каждый матрос знаком с разным числом человек на корабле. Сколько матросов знал командир корабля?

6

16. Известно, что $x = 250 + a - b$, $y = 250 + b - c$ и $z = 250 + c - a$ — три последовательных натуральных числа (здесь a , b , c — некоторые натуральные числа). Найдите наибольшее из чисел x , y и z .

251

17. Найдите сумму всех натуральных n , таких, что $n \leq 100$ и $\text{НОК}(16, n) = 16 \cdot n$.

0052

18. Малыш Федя расставляет по кругу натуральные числа от 1 до 100. За каждое число, которое больше суммы двух соседей, он получает конфету. Какое наибольшее количество конфет может получить Федя?

09

19. Индейцы племени Мат-и-матика умели разрезать квадрат на прямоугольники особым образом. Они разрезали его так, чтобы любая вертикальная и горизонтальная прямая, не содержащая сторон прямоугольников разрезания, пересекала ровно 50 прямоугольников. На какое наименьшее число прямоугольников индейцы могли разрезать квадрат?

961

20. По кругу расставили числа от 1 до 16 и посчитали все суммы трёх подряд стоящих чисел. Какое наибольшее значение может принимать наименьшая из этих сумм?

24