

## Олимпиада «Курчатов» по математике

8 класс, 2019 год

1. Страна имеет форму квадрата и разделена на 25 одинаковых квадратных графств. В каждом графстве правит либо граф-рыцарь, который всегда говорит правду, либо граф-лжец, который всегда лжет. Однажды каждый граф сказал: «Среди моих соседей поровну рыцарей и лжецов». Какое максимальное число рыцарей могло быть? (Графы являются соседями, если их графства имеют общую сторону.)

8

2. Определите все пары натуральных чисел  $n$  и  $m$ , для которых числа  $n^2 + 4m$  и  $m^2 + 5n$  являются квадратами.

$$(8, 6); (6, 22); (1, 2) = (u, v)$$

3. Сколько существует прямых, проходящих через точку  $(0, 2019)$  и пересекающих параболу  $y = x^2$  в двух точках с целыми координатами по оси  $y$ ?

6

4. Расстояния от точки  $P$ , лежащей внутри равностороннего треугольника, до его вершин равны 3, 4 и 5. Найдите площадь треугольника.

$$\frac{7}{8\sqrt{2}} + 6$$

5. На танцевальный вечер пришло  $n$  пар партнеров, каждая пара — это девушка и юноша. Вечер состоит из не менее чем  $n$  танцев, в каждом из которых участвуют все пришедшие. Изначально юноши рассаживаются за круглым столом. На первый танец каждая девушка приглашает одного из юношей (не обязательно своего партнера). После танца девушка проводит юношу, с которым она танцевала, к его месту за столом, и на следующий танец приглашает следующего за ним юношу против часовой стрелки. Для каких  $n$  можно рассадить юношей за столом и указать пары для первого танца так, чтобы в каждом танце хотя бы одна девушка танцевала с партнером, с которым пришла на вечер?

$$u \text{ хичнлэьэн вгг}$$