

Целочисленные решётки

ЗАДАЧА 1. (*ММО, 1957, 7–8*) Улитка ползёт по плоскости с постоянной скоростью, каждые 15 минут поворачивая под прямым углом. Докажите, что вернуться в исходную точку она сможет лишь через целое число часов.

ЗАДАЧА 2. (*Турнир городов, 2015, 8–9*) Паутина имеет вид клетчатой сетки 100×100 узлов (другими словами, это сетка 99×99 клеток). В каком-то её углу сидит паук, а в некоторых 100 узлах к паутине приклеились мухи. За ход паук может переместиться в любой соседний с ним узел. Может ли паук гарантированно съесть всех мух, затратив не более

- а) 2100 ходов;
- б) 2000 ходов?

ЗАДАЧА 3. («*Высшая проба*», 2017, 10.6) Сторона BC правильного треугольника ABC разделена на 2016 равных частей точками A_1, \dots, A_{2015} , стороны AC и AB — точками B_1, \dots, B_{2015} и C_1, \dots, C_{2015} . Треугольник $A_i B_j C_k$ называется красным, если содержит центр ABC , и синим иначе. Каких треугольников больше: красных или синих?