

Тренировочные задачи

Метод рационализации

Идея метода и примеры решения задач — в статье [«Метод рационализации»](#). Во всех нижеследующих задачах требуется решить неравенство.

1. (МГУ, физический ф-т, 1993)

$$\frac{2x-1}{2^x-1} < 0.$$

$$\left(\frac{1}{2}; 0\right)$$

2. (МГУ, геологический ф-т, 1995)

$$\frac{3^x-2}{x^2-6x+5} \leq 0.$$

$$\left(\frac{1}{3}; 1\right) \cap [2; 5)$$

3. (МГУ, физический ф-т, 1994)

$$\frac{1-2x}{\log_2(x+2)} \leq 0.$$

$$\left(\infty; \frac{1}{2}\right) \cap (1; 2)$$

4. (МГУ, ф-т почвоведения, 1980)

$$(4x^2-16x+7)\log_2(x-3) > 0.$$

$$\left(\infty; \frac{7}{4}\right) \cap \left(\frac{3}{2}; 3\right)$$

5. (МГУ, геологический ф-т, 1994)

$$\log_x(2-x-x^2) > 0.$$

$$\left(1; \frac{2}{1-\frac{1}{2}^{\sqrt{e}}}\right)$$

6. (МГУ, филологический ф-т, 1992)

$$\log_x(20x+3x^2-x^3) \geq 3.$$

$$[4; 1)$$

7. (МГУ, филологический ф-т, 1990)

$$\log_{x-2}(3x - x^2) \leq 2.$$

$$\left[\frac{1}{21} \wedge + 2 : 2 \right]$$

8. (МГУ, экономический ф-т, 1998)

$$\log_{3-2x}(14x - 2x^2) \leq 0.$$

$$\left(\frac{2}{3} : 1 \right) \cap \left[\frac{2}{21} \wedge - 2 : 0 \right]$$

9. (МГУ, ф-т почвоведения, 1989)

$$\log_{x+1}(2x^2 - 3x + 1) \leq 2.$$

$$\left(2 : 1 \right) \cap \left(\frac{2}{1} : 0 \right) \cap \left(0 : 1 - \right)$$

10. (МГУ, биологический ф-т, 1979)

$$\log_{x+1}(x^2 + x - 6)^2 \geq 4.$$

$$\left[1 : 0 \right]$$

11. (МГУ, мехмат, 1988)

$$\log_{5x-4x^2} 4^{-x} > 0.$$

$$\left(\frac{1}{5} : 1 \right) \cap \left(\frac{1}{1} : 0 \right)$$

12. (МГУ, экономический ф-т, 2000)

$$\frac{\log_3(x^2 - 6x + 5)}{\log_3(x^2 - 3)} \leq \frac{\log_2 5}{\log_2(x^2 - 3)}.$$

$$\left[9 : 2 \right] \cap \left[2 \wedge - : 2 - \right]$$

13. (МГУ, мехмат, 1991)

$$\frac{\log_3 \left(1 - \frac{3x}{2} \right)}{\log_9 2x} \geq 1.$$

$$\left(\frac{2}{1} : \frac{6}{2} \right]$$

14. (МГУ, мехмат, 1997)

$$\log_{x+1} \frac{x^2 + 3x - 4}{2x - 4} \leq 1.$$

$$\left(\infty + : 2 \right] \cap \left(1 : 0 \right) \cap \left(0 : 1 - \right)$$

15. (МГУ, ф-т психологии, 2004)

$$\log_{\frac{x-1}{2x-8}} \frac{x+7}{6} \leq 1.$$

$$(\infty+; 2) \cap [9; 7) \cap (1; 9-]$$

16. (МГУ, ВМК, 2003)

$$\log_{\frac{2}{3x+1}} \frac{2}{4x-1} \geq 1.$$

$$(\infty+; 2] \cap \left(\frac{9}{1}; \frac{7}{1}\right)$$

17. (МГУ, физический ф-т, 1999)

$$\frac{2}{\log_3(x+1)} \leq \frac{1}{\log_9(x+5)}.$$

$$(0; 1-)$$

18. (МГУ, ВМК, 1998)

$$\log_2(5-x) \cdot \log_{x+1} \frac{1}{8} \geq -6.$$

$$[9; 1] \cap (0; 1-)$$

19. (МГУ, мехмат, 1997)

$$\left(1 - \frac{x}{2}\right) \log_{13-3 \cdot 2^x} 4 \leq 1.$$

$$\left(\frac{9}{91}; 2\right) \cap \left(2; \frac{9}{1}; 2\right)$$

20. (МГУ, ф-т почвоведения, 2000)

$$\log_x 2 < \log_{6-x} 2.$$

$$[9; 9) \cap (1; 0)$$

21. (МГУ, ВМК, 1997)

$$\log_{\frac{1}{1-x^2}} 2 \leq \log_{2x^2} \frac{1}{2}.$$

$$\left(\frac{2}{1}; \frac{9}{1}\right) \cap \left[\frac{9}{1}-; \frac{2}{1}-\right)$$

22. (МГУ, филологический ф-т, 2001)

$$\frac{1}{\log_{\frac{1}{12}}(2x^2-1)} > \frac{1}{\log_{\frac{1}{4}} x} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}} x}.$$

$$(\infty+; 1)$$

23. (МГУ, ВМК, 2007)

$$\log_{x+2}(2-x) \geq \frac{|\log_5(2x+3)-1|}{\log_5(x+2)}.$$

$$\left[1; \frac{5}{4}\right] \cap \left(1 - \frac{5}{8}\right)$$

24. (МГУ, геологический ф-т, 2007)

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_x \log_2 \frac{x^2-2x}{2x-1}} \leq 1.$$

$$\left(\infty + \frac{1}{2} \wedge + \varepsilon\right] \cap \left[\frac{1}{2} \wedge - \varepsilon; \frac{3}{8} \wedge - \tau\right)$$

25. (МГУ, филологический ф-т, 2007)

$$\log_{(x+3)^2}(2x^2+9x+21) \geq \log_{(x+3)^2}(x^2-x).$$

$$\left(\infty + \frac{1}{1} \cap (0; \frac{1}{2} -) \cap (\frac{1}{3} -; \frac{1}{4} -) \cap \left[\frac{1}{2} -; \infty -\right)\right)$$

26. (МГУ, ф-т психологии, 2006)

$$\sqrt{\log_{x-1}(x-2)} < \sqrt{2}.$$

$$\left(\infty + \frac{1}{8}\right)$$

27. (МГУ, геологический ф-т, 2006)

$$\left(\log_{|x+2|} 4\right) \cdot \log_4(x^2+x-2) \leq 1.$$

$$\left[\frac{1}{2}; 1\right] \cap \left(\frac{1}{2} -; \frac{1}{8} -\right)$$

28. (МГУ, экономический ф-т, 2006)

$$\log_{13-2x}(x^2-x+1) \cdot \log_{7-x}(13-2x) < \log_{2x-1}(2-2x-(x-1)^2+x^2).$$

$$\left(\frac{5}{8}; 9\right) \cap \left(1; \frac{5}{1}\right)$$

29. (МГУ, географический ф-т, 2005)

$$\log_{\sqrt{1-x}}(1+5x) \geq -2.$$

$$\left(1; \frac{5}{4}\right]$$

30. (МГУ, ИСАА, 2005)

$$\log_{4|x|+1}(6x+2) - \log_{6x+2}(4|x|+1) < 0.$$

$$\left(\frac{0}{1} -; \frac{9}{1} -\right) \cap \left(\frac{1}{1} -; \frac{5}{1} -\right)$$

31. (МГУ, ф-т глобальных процессов, 2005)

$$\log_{0,5-|2x^2-5x+2|}(0,5 + |8x^2 - 2x - 1|) \geq 1.$$

[3; 1]

32. (МГУ, мехмат, 2004)

$$\frac{\log_4(x+1) - \lg(x+1)}{\lg(1-x) - \log_{25}(1-x)} \leq \log_4 25.$$

(1; 0) \cap (0; 1-)

33. (МГУ, биологический ф-т, 2004)

$$\log_{(3^x-3)^2} \left(9^{x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 3^{x+1} + 36 \right) - \log_{(3^x-3)^{-2}} \left(3^{2x-1} - 3^{x+1} + 6 \right) \geq \frac{3}{2}.$$

\left(\infty + ; \frac{2}{\sqrt{11}} \right] \cap (2; \infty -)

34. (МГУ, геологический ф-т, 2004)

$$\log_{5-x}(x^2 - 14x + 49) - 2 \log(8x - x^2 - 7) + 2 \leq 0.$$

[3; 4]

35. (МГУ, экономический ф-т, 2004)

$$\log_{2-x}(1-2x) \cdot \log_{1-4x+4x^2}(x^2+6x+9) + \log_{\frac{1}{2}-\frac{x}{2x-4}}(x^2+4x+3) \leq 0.$$

\left(\frac{2}{3}; 0 \right) \cap (3-; \infty -)

36. (МГУ, ВМК, 2001) Функция f определена на всей числовой прямой, возрастает и принимает только отрицательные значения. Решить неравенство

$$\frac{2f(x^2 - 2x - 112) + |f(x^2 - 2x - 112) - 3f(-2x\sqrt{32 - 2x})|}{(3f(-2x\sqrt{32 - 2x} - 112) - 2f(-2x\sqrt{32 - 2x}))^7} > 0.$$

(8; \sqrt{25} - 8)