

## Тренировочные задачи

### Признаки равенства треугольников

1. Две прямые пересекаются в точке  $A$ . На одной прямой взяты точки  $B$  и  $C$ , а на другой — точки  $D$  и  $E$  так, что  $AB = AC$  и  $AD = AE$ . Докажите, что  $BD = CE$ .
2. Докажите признак равенства прямоугольных треугольников: а) по двум катетам; б) по катету и прилежащему острому углу.
3. Докажите, что в равных треугольниках соответствующие биссектрисы равны.
4. Отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $AO = OC$  и  $\angle BAO = \angle DCO$ . Докажите, что треугольники  $BAO$  и  $DCO$  равны.
5. Отрезки  $AB$  и  $CD$ , пересекаются в точке  $O$  и делятся этой точкой пополам. Докажите равенство треугольников  $AOC$  и  $BOD$ .
6. *Свойство равнобедренного треугольника.* В равнобедренном треугольнике медиана, проведённая к основанию, совпадает с биссектрисой и высотой. Докажите.
7. *Признак равнобедренного треугольника.* Если в треугольнике медиана является высотой, то треугольник равнобедренный. Докажите.
8. *Признак равнобедренного треугольника.* Если в треугольнике биссектриса является высотой, то треугольник равнобедренный. Докажите.
9. Равнобедренные треугольники  $ABC$  и  $ABD$  имеют общее основание  $AB$ . Докажите равенство треугольников  $ACD$  и  $BCD$ .
10. Докажите, что в равнобедренном треугольнике: а) биссектрисы, проведённые из вершин основания, равны; б) медианы, проведённые из вершин основания, равны.
11. На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CA$  равностороннего треугольника  $ABC$  взяты точки  $D$ ,  $E$ ,  $F$  так, что  $AD = BE = CF$ . Докажите, что треугольник  $DEF$  также равносторонний.
12. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 2$  и медиана  $AM$  перпендикулярна биссектрисе  $BL$ . Найдите  $BC$ . □
13. Прямая, проведённая через вершину  $A$  треугольника  $ABC$  перпендикулярно медиане  $CM$ , делит эту медиану пополам. Найдите  $AC : AB$ . □
14. Отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются под прямым углом и  $AC = AD$ . Докажите, что  $BC = BD$ .

15. Медиана  $AM$  треугольника  $ABC$  продолжена за точку  $M$  до точки  $N$  так, что  $MN = AM$ . Найдите  $BN$  и  $CN$ , если  $AB = 2$ ,  $AC = 3$ .

$BN = CN = 3$

16. Признак равнобедренного треугольника. Если в треугольнике биссектриса является медианой, то треугольник равнобедренный. Докажите.

17. Докажите признак равенства прямоугольных треугольников: а) по гипотенузе и катету; б) по гипотенузе и острому углу; в) по катету и противолежащему углу.

18. Докажите, что в равных треугольниках соответствующие высоты равны.

19. Все стороны четырёхугольника равны. Докажите, что его диагонали перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам.

20. Две высоты треугольника равны. Докажите, что треугольник равнобедренный.

21. Высоты  $AD$  и  $BE$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ , причём  $AH = BH$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

22. Равные отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$  так, что  $AO = DO$ . Докажите равенство треугольников  $ABC$  и  $DBC$ .

23. Через вершины  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$  проведены прямые, перпендикулярные биссектрисе угла  $B$ . Эти прямые пересекаются с прямыми  $BC$  и  $AB$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно, причём  $BM = 8$ ,  $KC = 1$ . Найдите  $AB$ .

6 или 2

24. а) Две стороны и угол одного треугольника равны двум сторонам и углу другого треугольника. Обязательно ли такие треугольники равны? б) Сторона и два угла одного треугольника равны стороне и двум углам другого треугольника. Обязательно ли такие треугольники равны?

да (г) :да (в)

25. В треугольнике  $ABC$  с углом  $\angle B = 120^\circ$  проведены биссектрисы  $AK$ ,  $BL$  и  $CM$ . Докажите, что  $\angle KLM = 90^\circ$ .