

## Тренировочные задачи

### Параметр как переменная

1. Найти все  $a$ , при которых неравенство

$$\frac{4x - a}{x - 2a} < 0$$

выполнено при всех  $x$ , удовлетворяющих условию  $2 \leq x \leq 4$ .

2. Найти все  $a$ , при которых неравенство

$$\frac{x + 3a - 5}{x + a} \geq 0$$

выполнено при всех  $x$ , удовлетворяющих условию  $1 \leq x \leq 4$ .

3. (МГУ, физический. ф-т, 1997) Найдите все  $a > 0$ , при которых неравенство

$$\frac{x - 3a - 1}{x + 2a - 2} \leq 0$$

выполняется для всех  $x$  из промежутка  $2 \leq x \leq 3$ .

4. (МГУ, геологич. ф-т, 2002) Найдите все  $a > 0$ , при которых неравенство

$$\frac{a + 2x}{ax - 4} \geq \frac{5}{x}$$

выполнено для всех  $x > 10$ .

5. (МГУ, филологич. ф-т, 1980) Найдите все  $a \leq -4$ , при которых уравнение

$$x^2 + ax - 3x - 2a = 2$$

имеет наименьший корень.

6. (МГУ, ф-т почвоведения, 1988) Найдите наибольший корень уравнения

$$x^2 + (3ab + 3a - 2)x + 5ab + 5a = 17$$

при  $a \geq 1$ ,  $b \geq 0$ .

7. (ОММО, 2013) При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $5x^4 + 7ax + 2a^2 = 0$  имеет хотя бы один целый корень?

8. (МГУ, ИСАА, 2000) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых неравенство

$$|x^2 + 4x - a| > 6$$

не имеет решений на отрезке  $[-3; 0]$ .

9. (МГУ, биологич. ф-т, 1994) Найдите все такие значения  $x$ , при которых неравенство

$$(4 - 2a)x^2 + (13a - 27)x + 33 - 13a > 0$$

выполняется для всех  $a$ , удовлетворяющих условию  $1 < a < 3$ .

10. (МГУ, химический ф-т, 1987) Найдите все значения параметра  $p$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$(p - x^2)(p + x - 2) < 0$$

не содержит ни одного решения неравенства  $x^2 \leq 1$ .

11. (МГУ, ф-т почвоведения, 1993) Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство

$$x + \frac{7a^2 + a - 2}{x + a + 1} < 7a - 1$$

не имеет положительных решений.

12. (МГУ, мехмат, 1992) Найдите все значения  $x$ , удовлетворяющие неравенству

$$(2 - a)x^3 + (1 - 2a)x^2 - 6x + 5 + 4a - a^2 < 0$$

хотя бы при одном значении  $a$ , принадлежащем отрезку  $[-1; 2]$ .

13. (МГУ, ф-т почвоведения, 1992) Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство

$$2ax + 2\sqrt{2x + 3} - 2x + 3a - 5 < 0$$

выполняется при всех  $x \in [-1; 3]$ .

14. (МГУ, мехмат, 1989) Найти наименьшее  $x$ , при котором существуют  $y, z$ , удовлетворяющие уравнению

$$x^2 + 2y^2 + z^2 + xy - xz - yz = 1.$$

15. (МГУ, биологический ф-т, 1999) Найти все  $x > \frac{1}{2}$ , при которых неравенство

$$4x^3y^2 - 6x^3y - 10x^2y^2 - 16x^3 + 11x^2y + 8xy^2 + 50x^2 - 4xy - 2y^2 - 52x - y + 18 < 0$$

выполняется для всех  $y \in (1; 2x)$ .

## Ответы

1.  $a \in (2; 8)$ .

2.  $a \in (-\infty; -4) \cup [\frac{4}{3}; +\infty)$ .

3.  $a \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup [\frac{2}{3}; +\infty)$ .

4.  $a \in [\frac{2}{5}; \frac{11}{2}]$ .

5.  $a = -4$ .

6. 3.

7.  $0, \pm 1, \pm \frac{5}{2}$ .

8.  $a \in [-6; 2]$ .

9.  $x \in [3 - \sqrt{6}; 2] \cup [5; 3 + \sqrt{6}]$ .

10.  $p \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$ .

11.  $a \in [-1; -\frac{1}{5}]$ .

12.  $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (2; +\infty)$ .

13.  $a < \frac{1}{2}$ .

14.  $-\sqrt{\frac{7}{5}}$ .

15.  $x \in [\frac{5}{6}; 1) \cup (1; \frac{3}{2}]$ .