

Тренировочные задачи

Метод интервалов

1. Решите неравенство:

а) $x^2 - 5x + 4 < 0$;

б) $2x^2 + 3x - 2 \geq 0$;

в) $4 - 3x - x^2 \geq 0$;

г) $5x - 6x^2 - 1 < 0$.

$$\left(\infty + ; \frac{2}{1} \right) \cap \left(\frac{2}{1} ; \infty - \right) \quad \left(1 ; [1 ; 4 -] \right) \quad \left(1 ; (\infty + ; \frac{2}{1}] \cap [2 - ; \infty -) \right) \quad \left(9 ; (7 ; 1) \right) \quad \left(1 ; \infty - \right)$$

2. Решите неравенство:

а) $x^2 - 9 < 0$;

б) $4x^2 - 1 \geq 0$;

в) $36 - x^2 < 0$;

г) $25 - 16x^2 \geq 0$.

$$\left[\frac{3}{2} ; \frac{3}{2} - \right] \quad \left(1 ; (\infty + ; 9) \cap (9 - ; \infty -) \right) \quad \left(1 ; (\infty + ; \frac{2}{1}] \cap [\frac{2}{1} - ; \infty -) \right) \quad \left(9 ; (8 ; 8 -) \right) \quad \left(1 ; \infty - \right)$$

3. Решите неравенство:

а) $x^2 + 2x + 1 > 0$;

б) $4x^2 - 4x + 1 \geq 0$;

в) $x^2 + 6x + 9 \leq 0$;

г) $16x^2 - 40x + 25 < 0$.

$$\text{лэн Үинэпэд} \quad \left(1 ; 3 - \right) \quad \left(1 ; (\infty + ; \infty -) \right) \quad \left(9 ; (\infty + ; 1 -) \cap (1 - ; \infty -) \right) \quad \left(1 ; \infty - \right)$$

4. Решите неравенство:

а) $x^2 + x + 2 > 0$;

б) $4x^2 - 2x + 3 \geq 0$;

в) $x^2 + 4x + 7 \leq 0$;

г) $2x - x^2 - 6 > 0$.

$$\text{лэн Үинэпэд} \quad \left(1 ; \text{лэн Үинэпэд} \right) \quad \left(1 ; (\infty + ; \infty -) \right) \quad \left(9 ; (\infty + ; \infty -) \right) \quad \left(1 ; \infty - \right)$$

5. Решите неравенство:

а) $\frac{x-2}{x-5} > 0$;

б) $\frac{1-2x}{x+3} > 0$;

в) $\frac{3x+2}{11-7x} \geq 0$;

г) $\frac{4x-8}{x+7} \geq 0$.

$$\left(\infty + ; 2 \right] \cap \left(2 - ; \infty - \right) \quad \left(1 ; \left(\frac{1}{11} ; \frac{2}{7} - \right] \right) \quad \left(1 ; \left(\frac{2}{1} ; 3 - \right) \right) \quad \left(9 ; (\infty + ; 9) \cap (2 ; \infty -) \right) \quad \left(1 ; \infty - \right)$$

12. Решите неравенство:

а) $\frac{x^2 - 9}{x - 3} \geq 0;$

б) $\frac{x + 1}{x^2 - x - 2} < 0;$

в) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 3} \leq 0;$

г) $\frac{(x^2 + 2x + 1)(x - 3)}{x^2 + 3x + 2} \geq 0.$

$$(\infty+; 3] \cap (1-; 2-) \cup (1; 2] \cap (1; 3-) \cup (1; 2] \cap (1-; \infty-) \cup (3; (\infty+; 3] \cap (3; 3-) \cup \{3\}$$

13. Решите неравенство:

а) $(x^2 - 4x)^2 \geq 16;$

б) $\frac{1}{3 - 2x} \leq 1;$

в) $\frac{x - 3}{3x} \geq \frac{1}{2};$

г) $\frac{2 - 3x}{x + 2} \leq 5.$

$$(\infty+; 1-] \cap (2-; \infty-) \cup (1; (0; 9-] \cup (\infty+; \frac{2}{3}] \cap [1; \infty-) \cup (\infty+; 2 \wedge 2 + 2] \cap \{2\} \cap [2 \wedge 2 - 2; \infty-) \cup \{2\}$$

14. Решите неравенство:

а) $x \leq \frac{2}{x + 1};$

б) $4x + 7 \leq \frac{2}{x};$

в) $x \leq 3 - \frac{1}{x - 1};$

г) $\frac{x + 7}{x - 2} > x - 1.$

$$(\frac{2}{3}; 2) \cap (1-; \infty-) \cup (1; \{2\} \cap (1; \infty-) \cup (\infty+; [\frac{1}{1}; 0) \cap [2-; \infty-) \cup (9; [1; 1-] \cap [2-; \infty-) \cup \{2\}$$

15. Решите неравенство:

а) $\frac{2x - 3}{x} \geq \frac{3 - 2x}{2x^2 - 4x};$

б) $\frac{1}{x + 6} + \frac{1}{x - 2} \geq \frac{1}{x - 3};$

в) $\frac{7}{x^2 - 5x + 6} + \frac{9}{x - 3} + 1 \leq 0;$

г) $\frac{1}{x^2 + 8x - 9} \geq \frac{1}{3x^2 - 5x + 2}.$

$$(\infty+; \frac{2}{11}] \cap (1; \frac{2}{3}) \cap (6-; \infty-) \cup (1; (3; 2) \cap [1; 2-] \cup (\infty+; 9] \cap (3; 2) \cap [0; 9-) \cup (9; (\infty+; 2) \cap \{\frac{2}{3}\} \cap (0; \infty-) \cup \{2\}$$

16. Найдите область определения функции:

$$f(x) = \sqrt{\frac{4x - x^2 - 4}{x^2 + x - 2}}.$$

$$\{2\} \cap (1; 2-)$$

17. (МГУ, социологич. ф-т, 2004) Решите неравенство

$$\frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 + 7x + 14} \leq 0.$$

$$[3-; 5-]$$

18. (МГУ, ИСАА, 2005) Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} \leq 1.$$

$$[\mathfrak{g}; \mathbb{1}-) \cap (\mathbb{1}-; \infty-)$$

19. (МГУ, химический ф-т, 2004) Решите неравенство

$$\frac{10 + 3x - x^2}{x^2 - 3x + 2} \leq 1.$$

$$(\infty+; \mathbb{7}] \cap (\mathbb{7}; \mathbb{1}) \cap (\mathbb{1}-; \infty-)$$

20. (МГУ, ф-т глобальных процессов, 2005) Решите неравенство

$$\frac{1}{2x^2 + 3x} \leq \frac{1}{3x - 2x^3}.$$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{2}{3}}; 0\right) \cap (0; \mathbb{1}-) \cap \left(\sqrt[3]{\frac{2}{3}}; \frac{2}{3}\right)$$

21. (МГУ, ИСАА, 2006) Решите неравенство

$$\frac{5x + 1}{(x + 2)(x - 3)} \geq 1 + \frac{16}{x - 3}.$$

$$(\mathfrak{g}; \mathbb{7}-) \cap \{\mathfrak{g}-\}$$

22. (МГУ, филологич. ф-т, 2007) Решите неравенство

$$\frac{(x - 2)(x - 5)(x - 8)}{(x + 2)(x + 5)(x + 8)} \geq -1.$$

$$(\infty+; 0] \cap (\mathbb{7}-; \mathfrak{g}-) \cap (8-; \infty-)$$

23. (МГУ, физический ф-т, 2004) Решите систему неравенств

$$-2 < \frac{2}{x^2 - x - 2} < -1.$$

$$\left(\frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{g}\sqrt{\mathfrak{z}+1}}; \mathbb{1}\right) \cap \left(0; \frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{g}\sqrt{\mathfrak{z}-1}}\right)$$

24. (МГУ, ВМК, 2004) Решите неравенство

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 7} \leq 5x - x^2 - 5.$$

$$\{\mathfrak{z}; 3\}$$