

Тренировочные задачи

Логарифмические уравнения и неравенства

1. Решите уравнение:

а) $\log_2 x = 5$;

б) $\log_{0,1} x = -2$;

в) $\lg x = \frac{1}{2}$;

г) $\log_{\frac{1}{27}} x = -\frac{1}{3}$.

а) 32; б) 100; в) $\sqrt{10}$; г) 3

2. Решите уравнение:

а) $\log_8 x = \frac{2}{3}$;

б) $\log_9 x = -2,5$;

в) $\log_{16} x = -\frac{3}{4}$;

г) $\log_{\frac{1}{81}} x = -\frac{3}{2}$.

а) 4; б) $\frac{243}{1}$; в) $\frac{8}{1}$; г) 729

3. Решите уравнение:

а) $\log_7(x^2 - 3x + 3) = 0$;

б) $\log_{0,4}(2x - 3) = \log_{0,4}(x + 5)$;

в) $\lg(x - 7) = \lg(3x - 9)$;

г) $\log_3(x^2 - 6x) = \log_3(5 - 2x)$.

а) 1, 2; б) 8; в) решение нет; г) -1

4. Решите уравнение:

а) $\log_3^2 x - \log_3 x = 2$;

б) $\frac{2}{\lg x - 3} + \frac{4}{\lg x + 1} = 1$;

в) $\log_{0,5}^2 x - \log_2 x - 6 = 0$;

г) $\frac{1}{1 - \log_5 \frac{x}{25}} + \frac{2}{\log_5 5x - 2} = 3$.

а) $\frac{3}{1}$; б) 10; в) $\frac{7}{1}$; г) 25; д) $\frac{3}{2}$

5. Решите уравнение:

а) $\log_3(x + 1) + \log_3(x + 3) = 1$;

б) $\lg(3x^2 + 12x + 19) - \lg(3x + 4) = 1$;

в) $\lg(x - 9) + \lg(2x - 1) = 2$;

г) $\log_2(x^2 - x - 3) - \log_2(x + 1) = 3$.

а) 0; б) -1; в) 13; г) $\frac{7}{\sqrt{5}+6}$

6. Решите уравнение:

а) $\log_4 \frac{1}{x^2} + \log_4 \sqrt{x} = -3;$

б) $\frac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1;$

в) $\log_{0,5} \frac{1}{x} + 8 \log_{0,25} \sqrt[3]{x} = -1;$

г) $\lg(100x) \lg(0,001x) + 4 = 0.$

0001, 10'0 (1; 8; 4; 6) 16; 91 (в)

7. Решите уравнение:

а) $\log_5^2 x - 2 \log_5 x^2 + 4 = 0;$

б) $\log_{0,5}(2x - 3) - \frac{1}{2} \log_{0,5}(2x + 3) = 0;$

в) $\lg^2 x - 6 \lg \sqrt{x} = \frac{2}{3} \lg x^3 - 4;$

г) $2 \log_4(4 - x) = 4 - \log_2(-x - 2).$

91 25; 6) 3; 10, 1000; 1) -4

8. Решите уравнение:

а) $6 \log_8 x + \log_{\frac{1}{2}} x = 4;$

б) $1 + 2 \log_{x+2} 5 = \log_5(x + 2);$

в) $\log_{25} x + \log_5 x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{8};$

г) $\log_2 x - 8 \log_{x^2} 2 = 3.$

91 $\frac{7}{1}$ (1) $\frac{7}{1}$ (в) $\frac{5}{8}$; 23; 6) $-\frac{5}{8}$; 91 (в)

9. Решите уравнение:

а) $9^{\log_3(1-2x)} = 5x^2 - 5;$

б) $x^{\lg x} = 100x;$

в) $\log_4 2^{4x} = 2^{\log_{\sqrt{2}} 2};$

г) $x^{1+\lg x} = 10x.$

101, $\frac{01}{1}$ (1) 2; 100; 100; $\frac{01}{1}$ (6) $\sqrt{10}$ - 2 - (в)

10. Решите уравнение:

а) $\log_4(2 \cdot 4^x - 1) = 2x;$

б) $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x.$

3; 0; 6; 0 (в)

11. Решите неравенство:

а) $\log_2 x > 4;$

б) $\log_3 x \leq 2;$

в) $\log_{0,8} x < 0;$

г) $\log_{\frac{1}{4}} x \geq -3.$

[49; 0) (1) (+; +; 1) (1) [6; 0) (6) (+; +; 91) (в)

12. Решите неравенство:

а) $\log_5(x - 3) \geq 1$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 6) > -1$;

в) $\log_4\left(\frac{3x}{2} + 1\right) \leq 2$;

г) $\log_{0,1}(x^2 - 5x + 106) < -2$.

$$(\infty+; 8) \cap (7; \infty-) \quad (1; [0; \frac{8}{5}-) \quad (4; (7; 8) \quad (9; (\infty+; 8] \quad (2$$

13. Решите неравенство:

а) $\lg(2x - 3) > \lg(x + 1)$;

б) $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(x + 4)$;

в) $\log_2(x^2 - 2x - 2) > \log_2(4 - x)$;

г) $\log_{0,7}(x^2 - 3x + 2) \geq \log_{0,7}(x + 7)$.

$$[8; 7) \cap (1; [1-] \quad (1; (7; 8) \cap (7-; \infty-) \quad (4; [8; \frac{8}{7}] \quad (9; (\infty+; 7) \quad (2$$

14. Решите неравенство:

а) $\log_7 x + \log_7(x + 1) \leq \log_7 2$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(4 - x) \geq \log_{\frac{1}{2}} 2 - \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$;

в) $\lg(x + 2) - \lg(x - 1) > 1$;

г) $1 + \log_2(x - 2) > \log_2(x^2 - 3x + 2)$.

$$(8; 7) \quad (1; (\frac{8}{7}; 1) \quad (4; (7; 8] \cap [7; 1) \quad (9; [1; 0) \quad (2; 3$$

15. Решите неравенство:

а) $\lg^2 x - 2 \lg x - 3 < 0$;

б) $\log_2^2 x \geq 9$;

в) $\log_{\frac{2}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x - 6 \geq 0$;

г) $\log_{0,5}^2 x < 4$.

$$(7; \frac{7}{1}) \quad (1; (\infty+; 27] \cap [\frac{6}{1}; 0) \quad (4; (\infty+; 8] \cap [\frac{8}{1}; 0) \quad (9; (0001; \frac{01}{1}) \quad (2$$

16. Решите неравенство:

а) $\log_2 x \leq \frac{2}{\log_2 x - 1}$;

б) $\frac{1}{1 + \lg x} + \frac{1}{1 - \lg x} \leq 2$.

$$(\infty+; 01) \cap \{1\} \cap (\frac{01}{1}; 0) \quad (9; [7; 2) \cap [\frac{2}{1}; 0) \quad (2$$

Цель следующих задач — повторение всего курса логарифмических уравнений и неравенств (в целом на более высоком уровне сложности). По умолчанию требуется решить уравнение или неравенство.

17. $\lg(x + 1,5) = -\lg x$.

$$\frac{2}{1}$$

18. $\log_{x+1}(x^2 - 3x + 1) = 1$.

$$4$$

19. $\log_2 \frac{x}{4} = \frac{15}{\log_2 \frac{x}{8} - 1}$.

128, $\frac{1}{2}$

20. $\frac{1}{2} \log_2 x^2 + \log_2(x - 6) = 4$.

8

21. $\log_{49}(2x^2 + x - 5) + \log \frac{1}{7}(1 + x) = 0$.

3

22. $\log_5(x - 8)^2 = 2 + 2 \log_5(x - 2)$.

3

23. $\log_x(9x^2) \cdot \log_3^2 x = 4$.

3, $\frac{6}{1}$

24. $\log_5(3x - 11) + 2 \log_5 \sqrt{x - 27} = 3 + \log_5 8$.

37

25. $\lg(5 - x) - \frac{1}{3} \lg(35 - x^3) = 0$.

2, 3

26. $\log_2 \frac{x - 5}{x + 5} + \log_2(x^2 - 25) = 0$.

9

27. $\log_{\frac{1}{2}}^2 4x + \log_2 \frac{x}{8} = 7$.

2, $\frac{64}{1}$

28. $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$.

69

29. $\lg \lg x + \lg(\lg x^3 - 2) = 0$.

10

30. $\log_5 x + \log_x 25 = \operatorname{ctg}^2 \frac{25\pi}{6}$.

5, 25

31. $x^{\lg x} = 100x^2$.

1000, $\frac{10}{1}$

32. $x^{\log_4 x - 2} = 2^{3(\log_4 x - 1)}$.

2, 4, 9

33. $2^{\log_3 x^2} \cdot 5^{\log_3 x} = 400$.

6

34. $\log_2(4^x + 4) = x + \log_2(2^{x+1} - 3)$.

2

35. $\log_x 9 + \log_{x^2} 729 = 10$.

8, 9

36. $\log_{4x+1} 7 + \log_{9x} 7 = 0$.

1, 12

37. $2 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 4$.

100

38. $\log_{3x+7}(5x+3) + \log_{5x+3}(3x+7) = 2$.

2

39. $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$.

16

40. $\log_4(2 \log_3(1 + \log_2(1 + 3 \log_3 x))) = \frac{1}{2}$.

8

41. $(\log_2 x)^{-1} + 4 \log_2 x^2 + 9 = 0$.

1, 2, 8

42. $\log_{\sqrt{x}} 2 + 4 \log_4 x^2 + 9 = 0$.

1, 4, 8

43. $\frac{\log_8 \frac{8}{x^2}}{\log_8^2 x} = 3$.

2, 8

44. $\log_{x+1}(x^2 + x - 6)^2 = 4$.

1

45. $x^{\log_{\sqrt{x}}(x-2)} = 9$.

9

46. $x^{\log_3 3x} = 9$.

8, $\frac{6}{1}$

47. $\lg x - \sqrt{\lg x} - 2 = 0$.

00001

48. $2 \log_8 2x + \log_8(x^2 - 2x + 1) = \frac{4}{3}$.

2

49. $2 \log_2 \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} \log_2(2\sqrt{2}x) = 1$.

8

50. $2 \lg \lg x = \lg(3 - 2 \lg x)$.

01

51. $\lg^2(100x) + \lg^2(10x) + \lg^2 x = 14$.

01, $\frac{1000}{1}$

52. $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x = 1$.

18, 8

53. $2x + 1 = 2 \log_2(9^x + 3^{2x-1} - 2^{x+3,5})$.

$\frac{2}{3}$

54. $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$.

1

55. $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 6$.

$\log_3 10, \log_3 \frac{27}{8}$

56. $5^{3 \lg x} = 12,5x$.

01

57. $16^{\frac{x-1}{x}} \cdot 5^x = 100$.

2, $-2 \log_5 2$

58. $6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} = 12$.

9, $\frac{6}{1}$

59. $25^{\lg x} = 5 + 4x^{\lg 5}$.

10

60. $\log_x 2 \cdot \log_{2x} x = \log_4 2.$

2

61. $\log_{3x} x = \log_{9x} x.$

1

62. $3x \log_3 x + 2 = \log_{27} x^3 + 6x.$

6 : $\frac{8}{1}$

63. $\log_2 x \cdot \log_2(x + 3) + 1 = \log_2(x^2 - 3x).$

5

64. $\lg^2(x + 1) = \lg(x + 1) \cdot \lg(x - 1) + 2 \lg^2(x - 1).$

2 ^ 3 , 8

65. $\log_2^2 x + (x - 1) \log_2 x = 6 - 2x.$

2 : $\frac{7}{1}$

66. $\log_{\sqrt{2} \sin x}(1 + \cos x) = 2.$

$\mathbb{Z} \ni n, n \neq 2 + \frac{8}{x}$

67. $\log_{\sin 3x}(\cos x - \cos 2x) = 1.$

$\mathbb{Z} \ni n, n \neq 2 + \frac{7}{x}$

68. $\log_7 \frac{1 - 2x}{x} \leq 0.$

$(\frac{2}{1} ; \frac{8}{1}]$

69. $\log_3 \frac{3x - 5}{x + 1} \leq 1.$

$(\infty + ; \frac{8}{9})$

70. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{2 - 3x}{x} \geq -1.$

$(\frac{8}{2} ; \frac{8}{1}]$

71. $\log_{0,1}(x^2 + x - 2) > \log_{0,1}(x + 3).$

$(\frac{8}{2} \wedge ; 1) \cap (2 - \frac{8}{2} \wedge -)$

72. $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x < 6.$

(27 : 0)

73. $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1).$

(2 : 1 -)

$$74. 2 \log_8(x-2) - \log_8(x-3) > \frac{2}{3}.$$

$(\infty+;4) \cap (4;3;\infty)$

$$75. \log_{\frac{x-1}{x+5}} 0,3 > 0.$$

$(\infty+;1)$

$$76. \frac{1}{2} + \log_9 x - \log_3 5x > \log_{\frac{1}{3}}(x+3).$$

$(\infty+;0)$

$$77. \log_{\frac{1}{3}} \log_4(x^2 - 5) > 0.$$

$(\varepsilon;9^\wedge) \cap (9^\wedge-;\varepsilon-)$

$$78. \log_2 \log_{\frac{1}{3}} \log_5 x > 0.$$

$(\underline{9}^\wedge;1)$

$$79. 0,3^{\log_{\frac{1}{3}} \log_2 \frac{3x+6}{x^2+2}} > 1.$$

$(7;\frac{6}{1}-)$

$$80. \log_{\frac{1}{3}} x > \log_x 3 - \frac{5}{2}.$$

$(6;\underline{9}^\wedge) \cap (1;0)$

$$81. 2 \log_3 \log_3 x + \log_{\frac{1}{3}} \log_3 (9\sqrt[3]{x}) \geq 1.$$

$(\infty+;2Z]$

$$82. \frac{\lg^2 x - 3 \lg x + 3}{\lg x - 1} < 1.$$

$(01;0)$

$$83. 2 \log_2(x-1) - \log_2(2x-4) > 1.$$

$(\infty+;3;\infty) \cap (3;2)$

$$84. \log_2(x-1) - \log_2(x+1) + \log_{\frac{x+1}{x-1}} 2 > 0.$$

$(\infty+;3)$

$$85. \log_{\frac{1}{2}}(x+2) \cdot \log_2(x+1) > \log_{x+2}(x+1).$$

$(0;1-)$

$$86. \log_5 x + \log_x \frac{x}{3} < \frac{2 - \log_3 x}{\log_3 x} \log_5 x.$$

$(\varepsilon;1) \cap (\frac{9}{1};0)$

87. $\log_{\frac{1}{2}} \log_8 \frac{x^2 - 2x}{x - 3} < 0.$

$$(\infty+; 9) \cap (\frac{1}{8}; 8)$$

88. $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 \cdot \log_2 4x > 1.$

$$\left(\frac{2}{3} \wedge \frac{1}{2}; 1\right) \cap \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{2} \wedge \frac{1}{3}\right)$$