

## Взвешивания

1. (*Всеросс., 2014, II этап, 5.5*) Из пяти монет — две фальшивые. Одна из фальшивых монет легче настоящей, а другая — на столько же тяжелее настоящей. Объясните, как за три взвешивания на чашечных весах без гирь найти обе фальшивые монеты.
2. (*Всеросс., 2014, II этап, 6.5*) Шейх разложил свои сокровища по девяти мешкам: в первый мешок 1 кг, во второй — 2 кг, в третий — 3 кг, и так далее, в девятый — 9 кг. Коварный визирь украл часть сокровищ из одного мешка. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь шейху определить, из какого именно?
3. (*Московская устная олимпиада, 2017, 6.6*) Четыре внешне одинаковые монетки весят 1, 2, 3 и 4 грамма. Можно ли за четыре взвешивания на чашечных весах без гирь узнать, какая из них сколько весит?
4. (*Московская устная олимпиада, 2008, 6.7*) Ювелир изготовил 6 одинаковых по виду серебряных украшений массой 22 г, 23 г, 24 г, 32 г, 34 г и 36 г и поручил своему подмастерью выбить на каждом украшении его массу. Может ли ювелир за два взвешивания на чашечных весах без стрелок и гирек определить, не перепутал ли подмастерье украшения?
5. (*Московская устная олимпиада, 2011, 6.8*) Известно, что среди 63 монет есть 7 фальшивых. Все фальшивые монеты весят одинаково, все настоящие монеты также весят одинаково, и фальшивая монета легче настоящей. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь определить 7 настоящих монет?
6. (*Московская устная олимпиада, 2015, 6.9*) Есть 13 золотых и 14 серебряных монет, из которых ровно одна фальшивая. Известно, что если фальшивая монета — золотая, то она легче настоящей, так как сделана из меньшего количества золота, а если фальшивая монета — серебряная, то она тяжелее настоящей, так как сделана из более дешевого и тяжелого металла. Как найти фальшивую монету за три взвешивания на чашечных весах без гирь? (Настоящие золотые монеты весят одинаково и настоящие серебряные монеты весят одинаково.)
7. (*Московская устная олимпиада, 2006, 6–7.9*) По кругу лежат 13 старинных монет различного веса. За одно взвешивание можно узнать вес одной монеты. Объясните, как за шесть взвешиваний найти монету, которая тяжелее двух своих соседей.
8. (*Московская устная олимпиада, 2002, 7.1*) В наборе из 10 гирек любые четыре гирьки перевешивают любые три из оставшихся. Верно ли, что любые три гирьки из этого набора перевешивают любые две из оставшихся семи?
9. (*Математический праздник, 2017, 7.2*) У аптекаря есть три гирьки, с помощью которых он одному покупателю отвесил 100 г йода, другому — 101 г мёда, а третьему — 102 г перекиси водорода. Гирьки он ставил всегда на одну чашу весов, а товар — на другую. Могло ли быть так, что каждая гирька легче 90 г?
10. (*«Высшая проба», 2014, 7.3*) Имеются 4 арбуза, любые два из которых имеют разный вес. Покажите, как за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь найти два самых тяжёлых арбуза.

**11.** (*Турнир Архимеда, 2016.5*) На столе три слитка золота весом в 3, 4 и 5 г. На каждом слитке указан вес, но надписи могут быть перепутаны. Вес слитков можно сравнивать на чашечных весах без гирь, но в момент взвешивания на одну из чашек (любую) прыгает невидимый гном весом в 1 г. Как, сделав не более двух взвешиваний, выяснить правильный вес хотя бы одного слитка?

**12.** (*Турнир Архимеда, 2018.5*) Из 9 монет одна фальшивая — более лёгкая. Алисе требуется найти 7 настоящих монет за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь. Возможно ли это? Следует учесть, что весы в Зазеркалье всегда «врут» (то есть показывают неправильное соотношение между грузами на чашках, например, если весы показывают равновесие, на самом деле равновесия нет и какой-то из двух грузов тяжелее).