

## Векторы

ЗАДАЧА 1. (*Турнир городов, 1983, 9–10*) а) Из произвольной точки  $M$  внутри правильного  $n$ -угольника проведены перпендикуляры  $MK_1, MK_2, \dots, MK_n$  к его сторонам (или их продолжениям). Докажите, что

$$\overrightarrow{MK_1} + \overrightarrow{MK_2} + \dots + \overrightarrow{MK_n} = \frac{n}{2} \cdot \overrightarrow{MO}$$

( $O$  — центр  $n$ -угольника).

б) Докажите, что сумма векторов, проведённых из любой точки  $M$  внутри правильного тетраэдра перпендикулярно к его граням, равна  $\frac{4}{3}\overrightarrow{MO}$ , где  $O$  — центр тетраэдра.

ЗАДАЧА 2. (*ММО, 2010, 11*) Функция  $f$  каждому вектору  $\vec{v}$  (с общим началом в точке  $O$ ) пространства ставит в соответствие число  $f(\vec{v})$ , причём для любых векторов  $\vec{u}, \vec{v}$  и любых чисел  $\alpha, \beta$  значение  $f(\alpha\vec{u} + \beta\vec{v})$  не превосходит хотя бы одного из чисел  $f(\vec{u})$  или  $f(\vec{v})$ . Какое наибольшее количество значений может принимать такая функция?