

## УГЛЫ

Угол  $AOB$  — это часть плоскости, ограниченная двумя различными лучами  $OA$  и  $OB$  с общим началом  $O$  (рис. 1). Лучи  $OA$  и  $OB$  называются *сторонами* этого угла, общее начало  $O$  — *вершиной* угла.

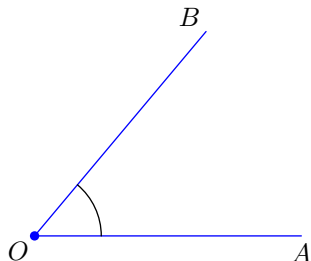


Рис. 1. Угол  $AOB$

Угол обозначается следующим образом:  $\angle AOB$ . Для дополнительного обозначения угла на рисунке может использоваться дуга, идущая внутри угла от одной стороне к другой (как это показано на рис. 1).

Если точки  $A$ ,  $O$ ,  $B$  лежат на одной прямой, то угол  $AOB$  называется *развёрнутым* (рис. 2).

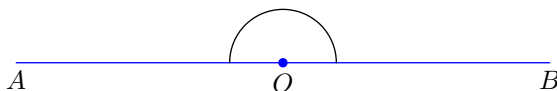


Рис. 2. Развёрнутый угол

Перейдём к вопросу об измерении углов.

### Градусная мера угла

Углы, как вы знаете, измеряются в градусах. Развёрнутый угол содержит  $180^\circ$  *по определению*. Таким образом, угол в  $1^\circ$  — это  $1/180$  часть развёрнутого угла.

Проведём внутри угла  $AOB$  луч  $OC$ . Этот луч разбивает угол  $AOB$  на два угла  $AOC$  и  $BOC$ . Градусные меры  $\alpha$  и  $\beta$  двух полученных углов в сумме дают градусную меру исходного угла (рис. 3).

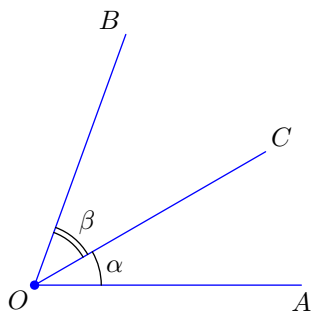


Рис. 3.  $\angle AOB = \alpha + \beta$

Как видите, символами  $\angle AOB$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  и т. д. могут обозначаться как сами углы, так и их градусные меры.

Угол, равный  $90^\circ$ , называется *прямым*. Угол  $\alpha$  называется *острым*, если  $0 < \alpha < 90^\circ$ . Угол  $\alpha$  называется *тупым*, если  $90 < \alpha < 180^\circ$ .

Углы называются *равными*, если их градусные меры равны. Равные углы можно наложить друг на друга так, что они полностью совпадут.

### Смежные и вертикальные углы

Проведём внутри развёрнутого угла  $AOB$  луч  $OC$ . Получим *смежные* углы  $AOC$  и  $BOC$ , изображённые на рис. 4.

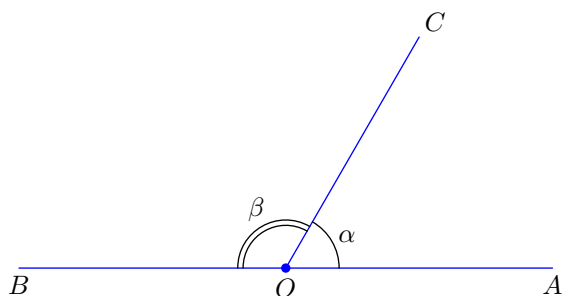


Рис. 4. Смежные углы:  $\alpha + \beta = 180^\circ$

*Смежные углы в сумме дают  $180^\circ$*  — очевидное свойство смежных углов. Если один из смежных углов острый, то другой — тупой (и наоборот). Прямой угол равен своему смежному.

Пусть прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ . При этом образуются две пары *вертикальных* углов:  $AOC$  и  $BOD$ ,  $AOD$  и  $BOC$  (рис. 5).

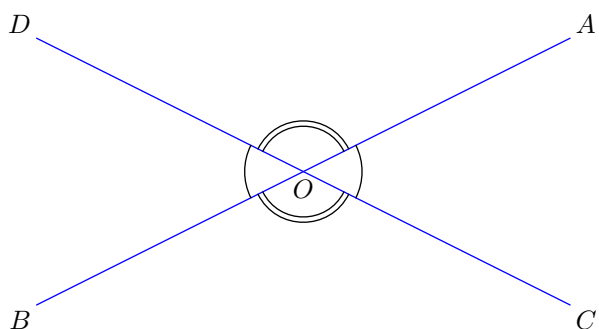


Рис. 5. Вертикальные углы

*Вертикальные углы равны* — простое и важное свойство вертикальных углов. В самом деле, по свойству смежных углов имеем:

$$\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ.$$

Точно так же:

$$\angle BOD + \angle AOD = 180^\circ.$$

Сопоставляя два последних равенства, видим, что

$$\angle AOC = \angle BOD.$$

Аналогично выводится равенство

$$\angle AOD = \angle BOC.$$

Равенство вертикальных углов также изображено на рис. 5: равные углы обозначены одинаково (одной дугой или двумя дугами).

## Угол между прямыми

При пересечении прямых  $a$  и  $b$  получаются две пары вертикальных углов (рис. 6).

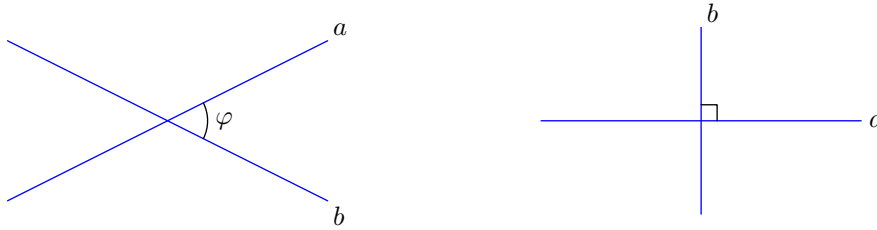


Рис. 6. Угол между прямыми

Если два угла этой пары являются острыми (а два остальных угла — тупыми), то углом между прямыми  $a$  и  $b$  называется *острый* угол  $\varphi$  (рис. 6 слева).

Если все четыре угла являются прямыми (рис. 6 справа), то прямые  $a$  и  $b$  называются *перпендикулярными*. Угол между этими прямыми равен  $90^\circ$ .

## Биссектриса угла

Проведём внутри угла  $AOB$  луч  $OC$ , который делит угол  $AOB$  на два равных угла (рис. 7).

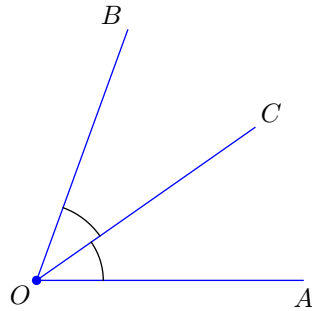


Рис. 7. Биссектриса угла

Луч  $OC$  называется *биссектрисой* угла  $AOB$ . Если сложить угол вдоль его биссектрисы, то стороны угла совпадут.