

Турниры

1. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 5–6.3, 7–9.2) На международный чемпионат по игре в StarCraft съехалось 100 участников. Игра идёт на выбывание, т. е. в каждом матче участвует два игрока, проигравший выбывает из участия в чемпионате, а выигравший — остаётся. Найдите наибольшее возможное количество участников, которые выиграли ровно две партии.

2. (Московская устная олимпиада, 2002, 6.4) Миша, Паша, Саша, Яша и Наташа провели турнир по настольному теннису, играя парами так, что каждые двое сыграли с каждым двумя другими ровно один раз. В результате Саша проиграл 12 игр, а Яша — 6. Сколько игр выиграла Наташа? (Ничьих в теннисе не бывает.)

3. (Математический праздник, 1995, 6.5) Есть 9 борцов разной силы. В поединке любых двух из них всегда побеждает сильнейший. Можно ли разбить их на три команды по три борца так, чтобы во встречах команд по системе «каждый с каждым» первая команда по числу побед одержала верх над второй, вторая — над третьей, а третья — над первой?

4. (Математический праздник, 2006, 6.6) Пять футбольных команд провели турнир — каждая команда сыграла с каждой по разу. За победу начислялось 3 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш очков не давалось. Четыре команды набрали соответственно 1, 2, 5 и 7 очков. А сколько очков набрала пятая команда?

□1

5. (Математический праздник, 2008, 7.2) В кубке Водоканала по футболу участвовали команды «Помпа», «Фильтр», «Насос» и «Шлюз». Каждая команда сыграла с каждой по одному разу (за победу давалось 3 очка, за ничью — 1, за проигрыш — 0). Команда «Помпа» набрала больше всех очков, команда «Шлюз» — меньше всех. Могло ли оказаться так, что «Помпа» обогнала «Шлюз» всего на 2 очка?

6. («Высшая проба», 2015, 7.4) Петя, Саша и Миша играют в теннис на вылет. Игра на вылет означает, что в каждой партии играют двое, а третий ждёт. Проигравший партию уступает место третьему и в следующей партии сам становится ждущим. Петя сыграл всего 12 партий, Саша — 7 партий, Миша — 11 партий. Сколько раз Петя выиграл у Саши?

□4

7. (Московская устная олимпиада, 2017, 7.5) В турнире по волейболу каждая команда встречалась с каждой по одному разу. Каждая встреча состояла из нескольких партий — до трёх побед одной из команд. Если встреча заканчивалась со счётом 3 : 0 или 3 : 1, то выигравшая команда получала 3 очка, а проигравшая — 0. Если же счёт партий был 3 : 2, то победитель получал 2 очка, а побеждённый — 1 очко. По итогам турнира оказалось, что команда «Хитрецы» набрала больше всех очков, а команда «Простаки» — меньше всех. Но «Хитрецы» выиграли меньше встреч, чем проиграли, а у «Простаков» наоборот, победных встреч оказалось больше, чем проигранных. При каком наименьшем количестве команд такое возможно?

8. (*Математический праздник, 2002, 7.6*) В шахматном турнире на звание мастера спорта участвовало 12 человек, каждый сыграл с каждым по одной партии. За победу в партии даётся 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за поражение — 0 очков. По итогам турнира звание мастера спорта присваивали, если участник набрал более 70% от числа очков, получаемых в случае выигрыша всех партий. Могли ли получить звание мастера спорта

- а) 7 участников;
- б) 8 участников?

9. (*Московская устная олимпиада, 2015, 7.6*) Среди 25 жирафов, каждые два из которых различного роста, проводится конкурс «Кто выше?». За один раз на сцену выходят пять жирафов, а жюри справедливо (согласно росту) присуждает им места с первого по пятое. Каким образом надо организовать выходы жирафов, чтобы после семи выходов определить первого, второго и третьего призёров конкурса?

10. (*Московская устная олимпиада, 2011, 7.6*) Команды провели турнир по футболу в один круг (каждая с каждой сыграла один раз, победа — 3 очка, ничья — 1, поражение — 0). Оказалось, что единоличным победителем набрал менее 50% от количества очков, возможного для одного участника. Какое наименьшее количество команд могло участвовать в турнире?

11. (*Московская устная олимпиада, 2010, 7.6*) В шахматном турнире каждый из восьми участников сыграл с каждым. В случае ничьей (и только в этом случае) партия ровно один раз переигрывалась и результат переигровки заносился в таблицу. Барон Мюнхгаузен утверждает, что в итоге два участника турнира сыграли по 11 партий, один — 10 партий, три — по 8 партий и два — по 7 партий. Может ли он оказаться прав?

12. (*Московская устная олимпиада, 2014, 7.8*) В гандбольном турнире в один круг (победа — 2 очка, ничья — 1 очко, поражение — 0) приняло участие 16 команд. Все команды набрали разное количество очков, причём команда, занявшая 7 место, набрала 21 очко. Докажите, что победившая команда хотя бы один раз сыграла вничью.

13. (*Московская устная олимпиада, 2016, 7.9*) Среди актеров театра Карабаса Барабаса прошёл шахматный турнир. Каждый участник сыграл с каждым из остальных ровно один раз. За победу давали один сольдо, за ничью — полсольдо, за поражение не давалось ничего. Оказалось, что среди каждых трёх участников найдётся шахматист, заработавший в партиях с двумя другими ровно 1,5 сольдо. Какое наибольшее количество актеров могло участвовать в таком турнире?

14. (*Московская устная олимпиада, 2008, 7.9*) В шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа. (Каждый участник сыграл с каждым по одной партии, победа — 1 очко, ничья — 1/2 очка, поражение — 0 очков.)