

Турниры

1. (*Всеросс., 2018, ШЭ, 8.3*) Рыцарский турнир длится ровно 7 дней. К концу четвёртого дня сэр Ланселот не успел сразиться лишь с одной четвертью от общего числа участников турнира. А сэр Тристан к этому времени сразился ровно с одной седьмой из тех рыцарей, с кем успел сразиться сэр Ланселот. Какое минимальное количество рыцарей могло участвовать в турнире?
2. («*Покори Воробьёвы горы!*», 2017, 5–6.3, 7–9.2) На международный чемпионат по игре в StarCraft съехалось 100 участников. Игра идёт на выбывание, т. е. в каждом матче участвует два игрока, проигравший выбывает из участия в чемпионате, а выигравший — остаётся. Найдите наибольшее возможное количество участников, которые выиграли ровно две партии.
3. (*Всеросс., 2017, ШЭ, 10*) Участвуя в шахматном турнире, Вася сыграл 52 партии. По старой системе подсчёта очков (1 очко за победу, $1/2$ очка за ничью и 0 очков за поражение) он набрал 35 очков. Сколько очков он набрал по новой системе подсчёта очков (1 очко за победу, 0 очков за ничью и -1 очко за поражение)?
4. (*Всеросс., 2016, ШЭ, 11*) В турнире по шашкам участвовали ученики 10 и 11 классов. Каждый сыграл с каждым один раз. За победу участник получал 2 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Одиннадцатиклассников было в 10 раз больше, чем десятиклассников, и они вместе набрали в 4,5 раза больше очков, нежели все десятиклассники. Сколько очков набрал самый успешный десятиклассник?
5. (*Всеросс., 2016, МЭ, 10*) В турнире участвовали 50 шахматистов. В некоторый момент турнира была сыграна 61 партия, причем каждый участник сыграл либо две партии, либо три (и никто не играл друг с другом дважды). Могло ли оказаться так, что никакие два шахматиста, сыгравшие по три партии, не играли между собой?
6. (*ММО, 2017, 9.2*) В шахматном турнире каждый участник встретился с каждым один раз. В каждом туре каждый участник проводил по одной встрече. Не меньше чем в половине всех встреч оба участника были земляками (из одного города). Докажите, что в каждом туре была хотя бы одна встреча между земляками.
7. (*ММО, 2016, 11*) На шахматном турнире для 12 участников каждый сыграл ровно по одной партии с каждым из остальных. За выигрыш давали 1 очко, за ничью — $1/2$, за проигрыш — 0. Вася проиграл только одну партию, но занял последнее место, набрав меньше всех очков. Петя занял первое место, набрав больше всех очков. На сколько очков Вася отстал от Пети?
8. (*ОММО, 2015, 9–11*) В турнире по мини-футболу принимаются ставки на четыре команды. На первую команду ставки принимаются в соотношении $1 : 2$ (при выигрыше первой команды игрок получает сумму, которую он поставил на эту команду, и плюс двукратную сумму, т. е. получает в три раза больше поставленных денег, а при проигрыше деньги не возвращаются). На вторую команду ставки принимаются в соотношении $1 : 3$, на третью — $1 : 4$, на четвертую — $1 : 7$. Можно ли так поставить, чтобы выиграть при любом исходе турнира?

9. (ОММО, 2017) В первенстве по футболу участвует 20 команд, которые играют по разу друг с другом. Какое наименьшее число игр должно быть сыграно, чтобы среди любых трёх команд нашлись две, уже сыгравшие между собой?

10. (Всеросс., 2015, МЭ, 9) В круговом шахматном турнире участвовало шесть человек: два мальчика и четыре девочки. Могли ли мальчики по итогам турнира набрать в два раза больше очков, чем девочки? (В круговом шахматном турнире каждый игрок играет с каждым по одной партии. За победу дается 1 очко, за ничью 0,5, за поражение — 0.)

11. (ММО, 2015, 10) В турнире по футболу участвует $2n$ команд ($n > 1$). В каждом туре команды разбиваются на n пар и команды в каждой паре играют между собой. Так провели $2n - 1$ тур, по окончании которых каждая команда сыграла с каждой ровно один раз. За победу давалось 3 очка, за ничью — 1, за поражение — 0 очков. Оказалось, что для каждой команды отношение набранных ею очков к количеству сыгранных ею игр после последнего тура не изменилось. Докажите, что все команды сыграли вничью все партии.

12. (ММО, 2016, 10) В однокруговом хоккейном турнире принимало участие 2016 команд. По регламенту турнира за победу даётся 3 очка, за поражение 0 очков, а в случае ничьей назначается дополнительное время, победитель которого получает 2 очка, а проигравший — 1 очко. По окончании турнира Остапу Бендеру сообщили количество очков, набранных каждой командой, на основании чего он сделал вывод, что не менее N матчей закончились дополнительным временем. Найдите наибольшее возможное значение N .

13. (Всеросс., 2016, финал, 10–11) В Национальной Баскетбольной Ассоциации 30 команд, каждая из которых проводит за год 82 матча с другими командами в регулярном чемпионате. Сможет ли руководство Ассоциации разделить команды (не обязательно поровну) на Восточную и Западную конференции и составить расписание игр так, чтобы матчи между командами из разных конференций составляли ровно половину от общего числа матчей?

14. (Всеросс., 2016, РЭ, 11) Есть клетчатая доска 2015×2015 . Дима ставит в k клеток по детектору. Затем Коля располагает на доске клетчатый корабль в форме квадрата 1500×1500 . Детектор в клетке сообщает Диме, накрыта эта клетка кораблём или нет. При каком наименьшем k Дима может расположить детекторы так, чтобы гарантированно восстановить расположение корабля?