

## Трёхгранные и многогранные углы

ЗАДАЧА 1. Докажите, что:

- а) каждый плоский угол трёхгранного угла меньше суммы двух других плоских углов;
- б) сумма плоских углов трёхгранного угла меньше  $360^\circ$ .

ЗАДАЧА 2. Пусть в трёхгранном угле  $SABC$  с вершиной  $S$ :

- $\alpha = \angle SBC$ ,  $\beta = \angle SCA$ ,  $\gamma = \angle SAB$  — плоские углы;
- $A$ ,  $B$ ,  $C$  — двугранные углы с рёбрами  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$  соответственно.

*Первая теорема косинусов для трёхгранного угла:*

$$\cos \alpha = \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma \cos A.$$

*Вторая теорема косинусов для трёхгранного угла:*

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos \alpha.$$

*Теорема синусов для трёхгранного угла:*

$$\frac{\sin \alpha}{\sin A} = \frac{\sin \beta}{\sin B} = \frac{\sin \gamma}{\sin C}.$$

Докажите эти теоремы.

ЗАДАЧА 3. (*Всеросс., 1997, округ, 11*) Существуют ли выпуклая  $n$ -угольная ( $n \geq 4$ ) и треугольная пирамиды такие, что четыре трёхгранных угла  $n$ -угольной пирамиды равны трёхгранным углам треугольной пирамиды?

ЗАДАЧА 4. (*ММО, 1973, 10*) У трёхгранного угла проведены биссектрисы плоских углов. Доказать, что попарные углы между биссектрисами либо одновременно тупые, либо одновременно прямые, либо одновременно острые.