

Таблицы

1. (Московская устная олимпиада, 2015, 6.1) В первой строке таблицы записаны подряд все числа от 1 до 9. Можно ли заполнить вторую строку этой таблицы теми же числами от 1 до 9 в каком-нибудь порядке так, чтобы сумма двух чисел в каждом столбце оказалась точным квадратом?

2. (Математический праздник, 2016, 6.4) Аня захотела вписать в каждую клетку таблицы 5×8 по одной цифре таким образом, чтобы каждая цифра встречалась ровно в четырёх рядах. (Рядами мы считаем как столбцы, так и строчки таблицы.) Докажите, что у неё ничего не получится.

3. (Всеросс., 2017, МЭ, 7.4) В трёх клетках таблицы 3×3 стоят числа (см. рисунок). Требуется заполнить числами остальные клетки так, чтобы во всех строках, столбцах и главных диагоналях суммы чисел оказались равными. Докажите, что это можно сделать единственным способом, и заполните таблицу.

1		5
3		

4. (Турнир Архимеда, 2013.5) В таблицу 10×10 записаны числа от 0 до 99 (см. рисунок). Коля поставил перед некоторыми из них знак минус, но так, что в каждой строке и каждом столбце минус поставлен ровно у половины чисел. Затем он подсчитал сумму всех чисел в таблице. Какие значения суммы могли у него получиться?

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99

5. (Московская устная олимпиада, 2004, 7.5) Человек Рассеянный с улицы Бассейной ходит по клеткам доски 4×4 . Находясь в клетке, он теряет в ней 1 рубль, после чего переходит в соседнюю по стороне клетку. Там он снова теряет 1 рубль и переходит, и так далее. На рисунке постарались указать, в какой клетке сколько рублей потеряно. Могло ли такое быть?

3	2	2	4
2	3	2	2
2	2	3	2
4	2	2	3

6. (Турнир Архимеда, 2016.6) а) Каждую клетку таблицы 20×15 красят в один из двух цветов: белый или чёрный. Можно ли их окрасить так, чтобы у каждой клетки были ровно две соседние клетки другого цвета?

б) Тот же вопрос для таблицы 20×16 .

(Соседними называются клетки, имеющие общую сторону.)

7. (*Математический праздник, 2011, 7.6*) Числа от 1 до 16 расставлены в таблице 4×4 . В каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали (включая диагонали из одной клетки) отметили самое большое из стоящих в ней чисел (одно число может быть отмечено несколько раз). Могли ли оказаться отмечены

- а) все числа, кроме, быть может, двух?
- б) все числа, кроме, быть может, одного?
- в) все числа?

8. (*Математический праздник, 2015, 7.6*) Петя записал 25 чисел в клетки квадрата 5×5 . Известно, что их сумма равна 500. Вася может попросить его назвать сумму чисел в любой клетке и всех её соседей по стороне. Может ли Вася за несколько таких вопросов узнать, какое число записано в центральной клетке?

9. (*Московская устная олимпиада, 2012, 7.6*) В каждой клетке таблицы 10×10 записано число. В каждой строке подчеркнули наибольшее число (или одно из наибольших, если их несколько), а в каждом столбце — наименьшее (или одно из наименьших). Оказалось, что все подчёркнутые числа подчёркнуты ровно два раза. Докажите, что все числа, записанные в таблице, между собой равны.