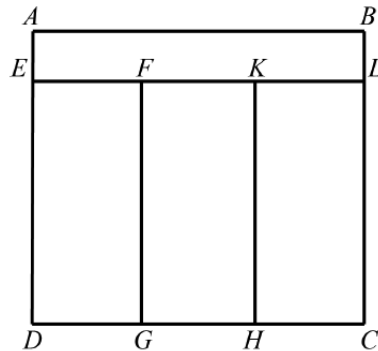


Прямоугольники и квадраты

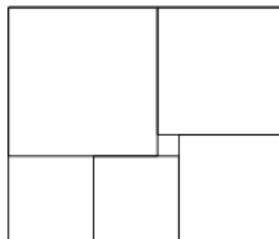
1. (Всеросс., 2016, I этап, 6.5) Прямоугольник $ABCD$ разделили на четыре меньших прямоугольника с одинаковыми периметрами (см. рисунок).



Известно, что $AB = 18$ см, а $BC = 16$ см. Найдите длины сторон остальных прямоугольников. Обязательно объясните свой ответ.

2 см 18 см; 6 см и 14 см

2. (Математический праздник, 1995, 6.3) Прямоугольник составлен из шести квадратов (см. рисунок). Найдите сторону самого большого квадрата, если сторона самого маленького равна 1.

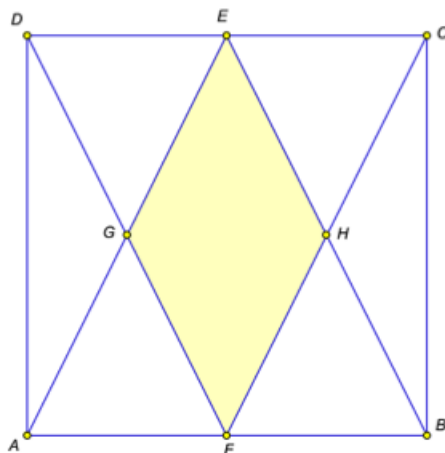


7

3. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.4; 7–8.3) Маленький огород размером 6×7 метров разбили на 5 квадратных грядок. Все мёжи между грядками проходят параллельно сторонам прямоугольника, сторона каждой грядки составляет целое число метров. Найдите суммарную длину получившихся мёж. Считать мёжи линиями, не имеющими толщины.

15 метров

4. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–8.5) В квадрате $ABCD$ точки F и E — середины сторон AB и CD соответственно. Точку E соединили с вершинами A и B , а точку F — с C и D , как показано на рисунке. Определите площадь ромба $FGEH$, образовавшегося в центре, если известна сторона квадрата $AB = 4$.



4

5. (Всеросс., 2014, II этап, 6.3) Из четырёх фотографий можно составить три различных прямоугольника (см. рисунок). Периметр какого-то одного из них равен 56 см. Найдите периметры остальных двух прямоугольников, если периметр фотографии равен 20 см.



40 см и 44 см

6. (Всеросс., 2015, II этап, 6.4) Рамка для трёх квадратных фотографий имеет везде одинаковую ширину (см. рисунок). Периметр одного отверстия равен 60 см, периметр всей рамки равен 180 см. Чему равна ширина рамки?

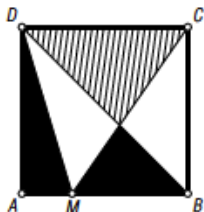
5 см



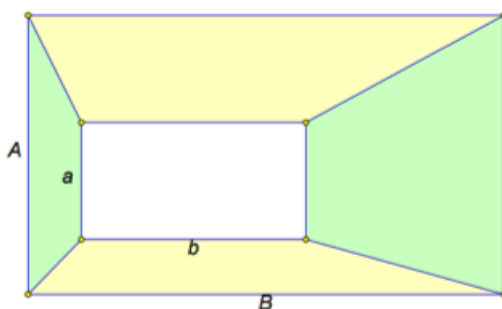
7. (Московская устная олимпиада, 2005, 6.4) Длину прямоугольника увеличили на 1 м, а ширину уменьшили на 1 мм. Могла ли при этом площадь прямоугольника уменьшиться?

8. (Математический праздник, 1993, 6.6) Квадрат $ABCD$ со стороной 2 и квадрат $DEFK$ со стороной 1 стоят рядом на верхней стороне AK квадрата $AKLM$ со стороной 3. Между парами точек A и E , B и F , C и K , D и L натянуты паутинки. Паук поднимается снизу вверх по маршруту $AEFB$ и спускается по маршруту $CKDL$. Какой маршрут короче?

9. (Московская устная олимпиада, 2005, 6.9) На стороне AB квадрата $ABCD$ отмечена произвольная точка M (рис.). Докажите, что площадь заштрихованного треугольника равна сумме площадей чёрных треугольников.



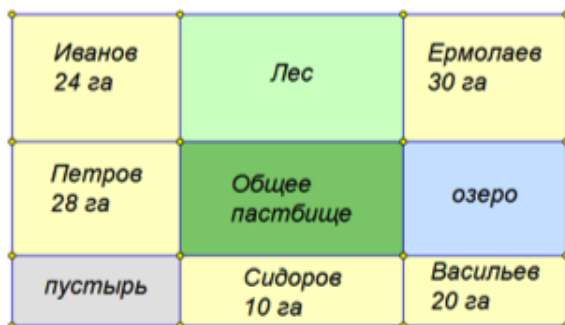
10. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 7.2) Внутри большого прямоугольника размером $A \times B$ расположен маленький прямоугольник размером $a \times b$ (см. рисунок).



Найдите разность между суммарной площадью жёлтых и суммарной площадью зелёных четырёхугольников, если известно, что $A = 20$, $B = 30$, $a = 4$, $b = 7$.

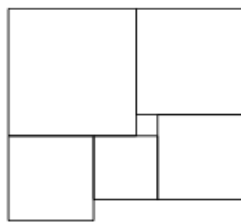
20

11. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7.3) Фермеры Иванов, Петров, Сидоров, Васильев и Ермолаев владеют участками прямоугольной формы, площадь которых указана на чертеже (см. рисунок). Найдите площадь общего пастбища.



21

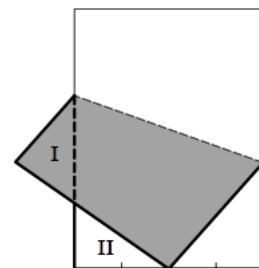
12. (Математический праздник, 1995, 7.3) Фигура на рисунке составлена из квадратов. Найдите сторону левого нижнего, если сторона самого маленького равна 1.



7

13. (Московская устная олимпиада, 2002, 7.3) Можно ли так расположить на плоскости четыре прямоугольника, чтобы ни одна вершина не была общей для всех прямоугольников, но у любых двух прямоугольников была одна общая вершина? (Прямоугольники могут пересекаться.)

14. (Математический праздник, 2011, 7.4) Прямоугольный лист бумаги согнули, совместив вершину с серединой противоположной короткой стороны (см. рисунок). Оказалось, что треугольники I и II равны. Найдите длинную сторону прямоугольника, если короткая равна 8.

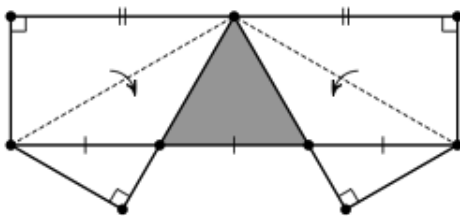


12

15. (Математический праздник, 2017, 7.4) Дан квадрат $ABCD$. На продолжении диагонали AC за точку C отмечена такая точка K , что $BK = AC$. Найдите угол BKC .

16. (Математический праздник, 1990, 6–7.6) Внутри квадрата $ABCD$ расположен квадрат $KMXY$. Докажите, что середины отрезков AK , BM , CX и DY также являются вершинами квадрата.

17. (Московская устная олимпиада, 2014, 7.7) Два угла прямоугольного листа бумаги согнули так, как показано на рисунке. Противоположная сторона при этом оказалась разделённой на три равные части. Докажите, что закрашенный треугольник — равносторонний.



18. (Московская устная олимпиада, 2016, 7.8) Квадраты $ABCD$ и $BEFG$ расположены так, как показано на рисунке. Оказалось, что точки A , G и E лежат на одной прямой. Докажите, что тогда точки D , F и E также лежат на одной прямой.

