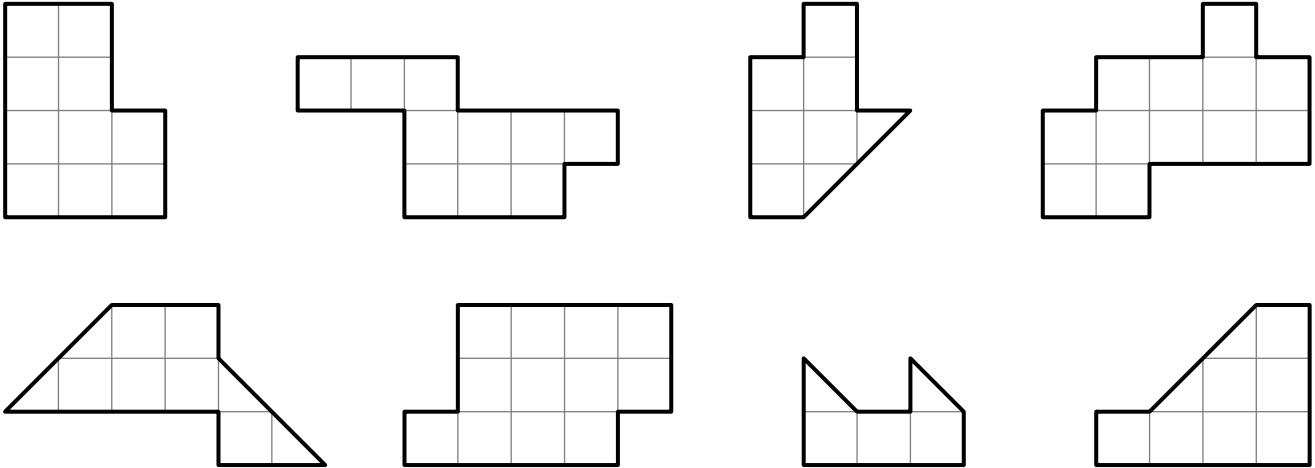


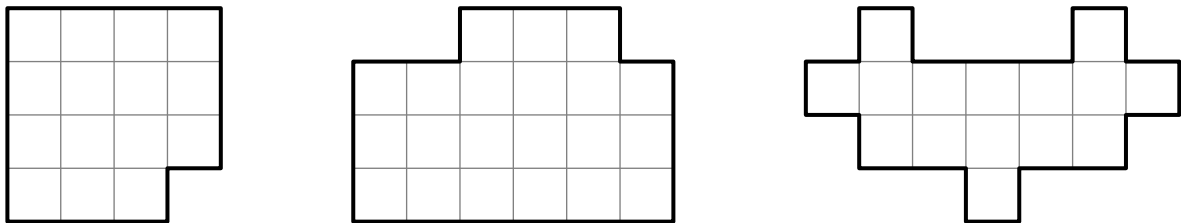
## Разрезания

Геометрические фигуры называются *равными*, если их можно наложить друг на друга так, чтобы они полностью совпали.

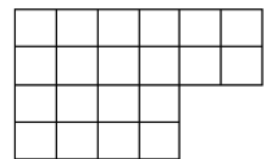
1. Разрежьте каждую фигуру на две равные части.



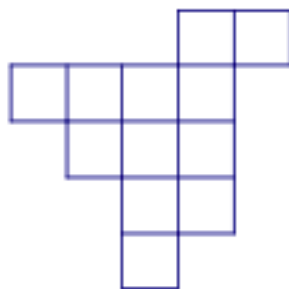
2. Разрежьте каждую фигуру на три равные части. Резать можно только по сторонам клеток.



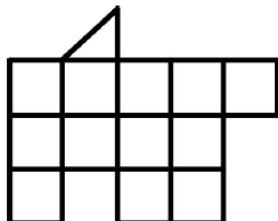
3. (Всеросс., 2016, ШЭ, 6.1) У Пети есть картонная фигура, показанная на рисунке. Как ему разрезать эту фигуру по линиям клеток на четыре равные фигуры (то есть такие фигуры, из которых любые две можно наложить друг на друга так, чтобы они совпали)?



4. (Всеросс., 2014, ШЭ, 5–6.2) Разрежьте фигуру на три равные части.

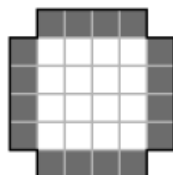


5. (Всеросс., 2017, ШЭ, 6.4) Покажите, как разрезать фигуру, изображённую на рисунке, на 5 равных фигур. (Фигуры называются равными, если их можно совместить при наложении. Фигуры можно переворачивать.)

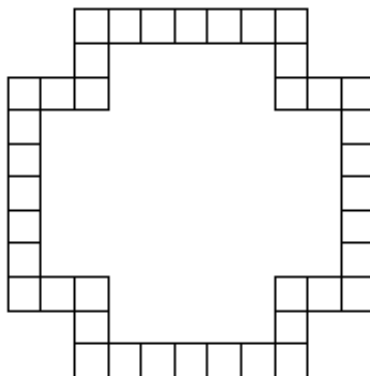


6. (Всеросс., 2015, МЭ, 6.1) На листе в клетку нарисован прямоугольник  $6 \times 7$ . Разрежьте его по линиям сетки на 5 каких-нибудь квадратов.

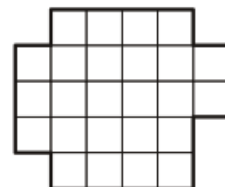
7. («Курчатов», 2016, 6.1) Разрежьте фигуру на рисунке на 12 частей по границам клеток так, чтобы в каждой части тёмных и светлых клеток было поровну. (Части могут быть не одинаковы.)



8. (Математический праздник, 2012, 6.1) Разрежьте рамку на 16 равных частей.

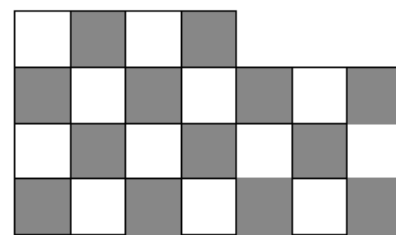


9. (Турнир Архимеда, 2018.1) Разрежьте фигуру на рисунке на три части, не являющиеся прямоугольниками, так, чтобы из этих частей можно было сложить квадрат. Линии разреза могут идти только по сторонам клеток. Полученные части можно поворачивать, но нельзя переворачивать.



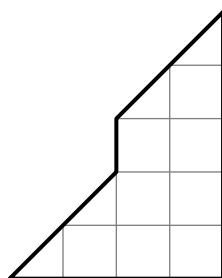
10. (Московская устная олимпиада, 2012, 6.1) Покажите, как разрезать квадрат размером  $5 \times 5$  клеток на «уголки» шириной в одну клетку так, чтобы все «уголки» состояли из разного количества клеток. (Длины «сторон» уголка могут быть как одинаковыми, так и различными).

11. (Московская устная олимпиада, 2010, 6.1, 7.2) У бабушки была клетчатая тряпочка (см. рисунок). Однажды она захотела сшить из неё подстилку коту в виде квадрата размером  $5 \times 5$ . Бабушка разрежала тряпочку на три части и сшила из них квадратный коврик, также раскрашенный в шахматном порядке. Покажите, как она могла это сделать (у тряпочки одна сторона — лицевая, а другая — изнаночная, то есть части можно поворачивать, но нельзя переворачивать).

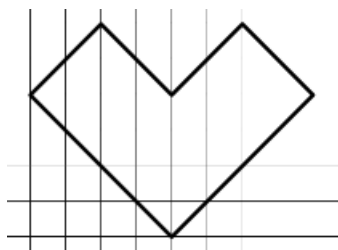


12. («Курчатов», 2018, 6.2) Разрежьте по линиям сетки клетчатый квадрат  $7 \times 7$  на 5 частей таким образом, чтобы из них можно было сложить три квадрата разной площади.

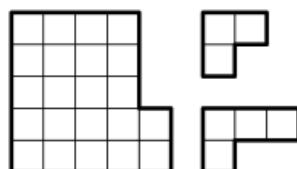
13. (Математический праздник, 2006, 6.2) Разрежьте фигуру на две одинаковые (совпадающие при наложении) части.



14. (Математический праздник, 2009, 6.2) Разрежьте фигуру на рисунке на восемь одинаковых частей.



15. (Математический праздник, 2002, 6–7.2) Незнайка разрезал фигуру на трёхклеточные и четырёхклеточные уголки, нарисованные справа от неё. Сколько трёхклеточных уголков могло получиться?





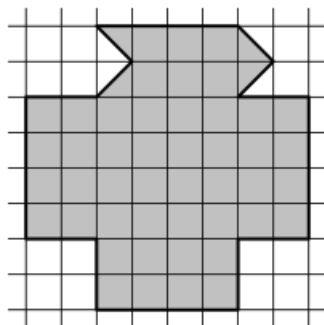
21. (Московская устная олимпиада, 2003, 6.3) Существует ли 10-угольник, который можно разрезать на 5 треугольников?

22. (Математический праздник, 2008, 6.4) Разрежьте какой-нибудь квадрат на квадратики двух разных размеров так, чтобы маленьких было столько же, сколько и больших.

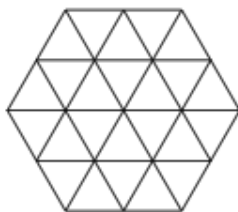
23. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.5, 7–9.4) Дан квадрат  $1 \times 1$ . Разрежьте его на 5 прямоугольников так, чтобы все 10 чисел, соответствующие ширине и высоте каждого прямоугольника, были различными рациональными числами.

24. (Московская устная олимпиада, 2013, 6.5) Мачеха приказала Золушке сшить квадратное одеяло из пяти прямоугольных кусков так, чтобы длины сторон всех кусков были попарно различны и составляли целое число дюймов. Сможет ли Золушка выполнить задание без помощи феи-крёстной?

25. (Математический праздник, 2017, 6.4) Разрежьте фигуру на двенадцать одинаковых частей.



26. (Математический праздник, 2015, 6.4, 7.3) Разрежьте нарисованный шестиугольник на четыре одинаковые фигуры. Резать можно только по линиям сетки.



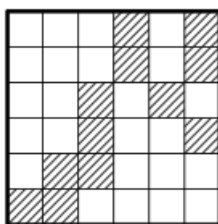
27. (Математический праздник, 2003, 6.4) Прямоугольник разрезан на несколько прямоугольников, периметр каждого из которых — целое число метров. Верно ли, что периметр исходного прямоугольника — тоже целое число метров?

Нет

28. (Математический праздник, 1998, 6.4) Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на две части, из которых можно сложить треугольник.

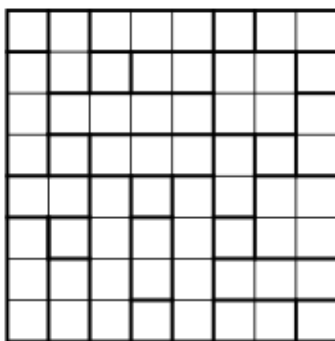


29. (Математический праздник, 1997, 6.4) Разрежьте изображённую на рисунке доску на четыре одинаковые части, чтобы каждая из них содержала три заштрихованные клетки.



30. (Математический праздник, 1994, 6.5) Разрежьте квадрат на три части, из которых можно сложить треугольник с тремя острыми углами и тремя различными сторонами.

31. (Математический праздник, 2010, 6.5) Саша разрезал шахматную доску  $8 \times 8$  по границам клеток на 30 прямоугольников так, чтобы равные прямоугольники не соприкасались даже углами (см. рис.). Попробуйте улучшить его достижение, разрезав доску на большее число прямоугольников с соблюдением того же условия.



Можно разрезать самое большее на 35 прямоугольников

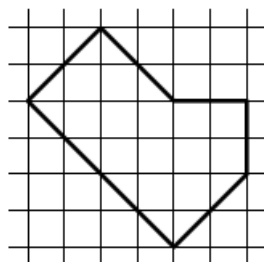
32. (Математический праздник, 1996, 6.5) Можно ли разрезать на четыре остроугольных треугольника:

- а) какой-нибудь выпуклый пятиугольник;
- б) правильный пятиугольник?

а) Да; б) нет

**33.** (Московская устная олимпиада, 2009, 6.5) Разрежьте фигуру на рисунке на три равные части (не обязательно по линиям сетки).

(Равными называются части, которые можно совместить, наложив друг на друга. При этом части можно поворачивать и переворачивать.)



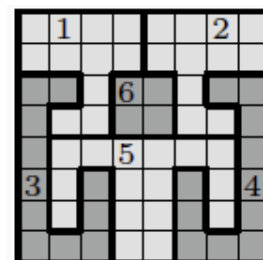
**34.** (Московская устная олимпиада, 2010, 6.7) Вася называет прямоугольник, стороны которого отличаются на 1, *почти-квадратом*. (Например, прямоугольник со сторонами 5 и 6 — это почти-квадрат.) Существует ли почти-квадрат, который можно разрезать на 2010 почти-квадратов?

**35.** (Математический праздник, 2018, 6.6) Разрежьте квадрат  $9 \times 9$  клеток по линиям сетки на три фигуры равной площади так, чтобы периметр одной из частей оказался равным сумме периметров двух других.

**36.** (Московская устная олимпиада, 2016, 6.8) На сколько равных восьмиугольников можно разрезать квадрат размером  $8 \times 8$ ? (Все разрезы должны проходить по линиям сетки.)

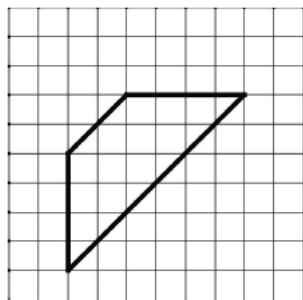
**37.** (Московская устная олимпиада, 2011, 6.9) Дима разрезал картонный квадрат  $8 \times 8$  по границам клеток на шесть частей (см. рисунок). Оказалось, что квадрат остался *крепким*: если положить его на стол и потянуть (вдоль стола) за любую часть в любом направлении, то весь квадрат потянется вместе с этой частью.

Покажите, как разрезать такой квадрат по границам клеток не менее, чем на 27 частей, чтобы квадрат оставался крепким и в каждой части было не более 16 клеток.

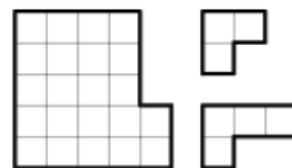


**38.** (Московская устная олимпиада, 2009, 6.9) Дан квадрат  $2n \times 2n$ . Вася закрашивает в нём две любые клетки. Всегда ли Петя сможет разрезать этот квадрат на две равные части так, чтобы закрашенные клетки были в разных половинках?

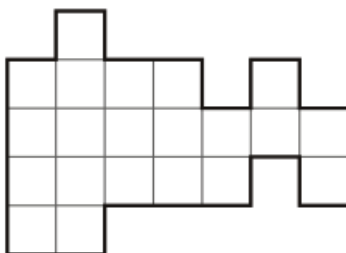
39. (Всеросс., 2017, ШЭ, 7.2) Покажите, как разрезать фигуру на три части и сложить из них квадрат.



40. (Всеросс., 2016, ШЭ, 7.2) Требуется разрезать фигуру на трёхклеточные и четырёхклеточные уголки, нарисованные справа от неё. При этом должно получиться ровно два трёхклеточных уголка, а остальные — четырёхклеточные. Покажите, как это сделать.



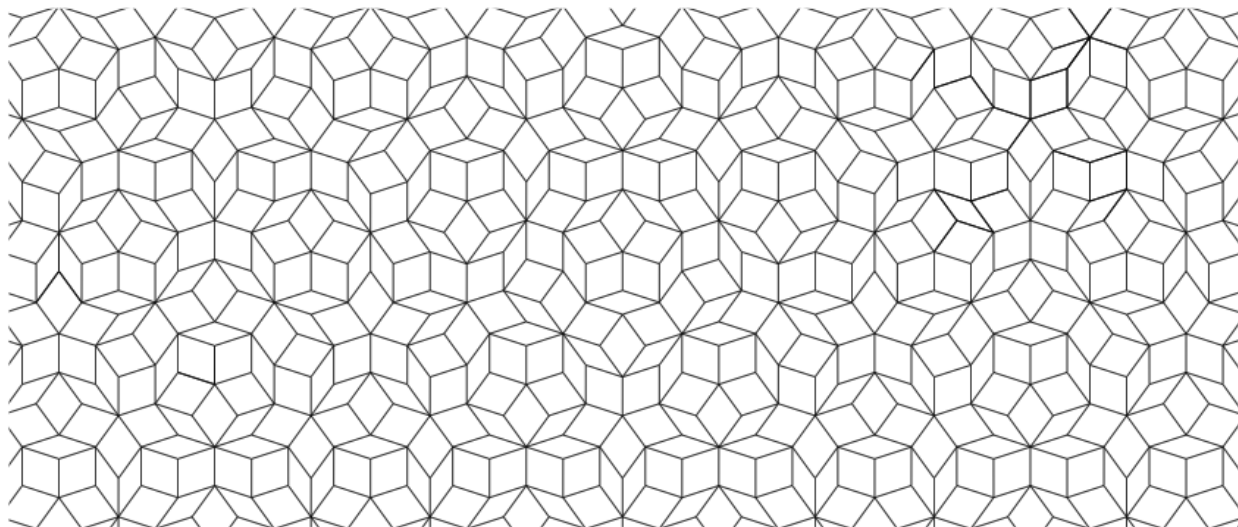
41. (Турнир Архимеда, 2016.1) Закрасьте на рисунке одну клетку и незакрашенную часть разрежьте по линиям сетки на две одинаковые части.



42. (Турнир Архимеда, 2015.1) Упорный Вася хочет из клетчатой доски  $8 \times 8$  вырезать 12 прямоугольников  $1 \times 2$  так, чтобы из оставшейся части доски невозможно было вырезать прямоугольник  $1 \times 3$ . (Резать можно только по линиям сетки). И у него это получилось! Покажите на рисунке, как он мог это сделать.



43. (Математический праздник, 2011, 7.1) Ниже приведён фрагмент мозаики, которая состоит из ромбиков двух видов: «широких» и «узких» (см. рис.).



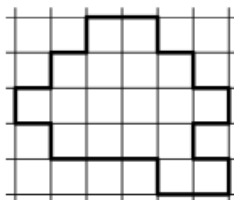
Нарисуйте, как по линиям мозаики вырезать фигуру, состоящую ровно из 3 «широких» и 8 «узких» ромбиков. (Фигура не должна распадаться на части.)

44. (Московская устная олимпиада, 2016, 7.1) Мальвина велела Буратино разрезать квадрат на 7 прямоугольников (необязательно различных), у каждого из которых одна сторона в два раза больше другой. Выполнимо ли это задание?

45. (Московская устная олимпиада, 2004, 7.1) Нарисуйте шестиугольник, который жюри не сможет разрезать на два четырехугольника.

46. (Московская устная олимпиада, 2003, 7.1) На клетчатой бумаге нарисован квадрат. Известно, что его можно разрезать на прямоугольники размером  $1 \times 6$  клеток. Докажите, что этот квадрат можно также разрезать на уголки из трёх клеток.

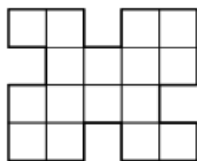
47. (Математический праздник, 1999, 7.2) Разрежьте фигуру (по границам клеток) на три равные (одинаковые по форме и величине) части.



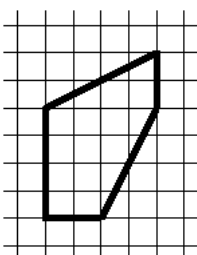
48. («Курчатов», 2014, 7.2) Плоский квадратный торт разрезан на 6 кусков. Разделите эти куски между Мальшом и Карлсоном так, чтобы торта обоим досталось поровну (то есть суммарная площадь кусков у обоих была одинакова).



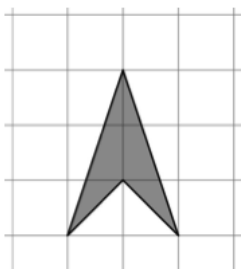
49. («Ломоносов», 2011, 7.2) Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, по клеточкам на три нераспадающиеся части так, чтобы из них можно было сложить квадрат (поворачивать части можно, переворачивать нельзя).



50. (Математический праздник, 2006, 7.2) Разрежьте изображённый на рисунке пятиугольник на две одинаковые (совпадающие при наложении) части.

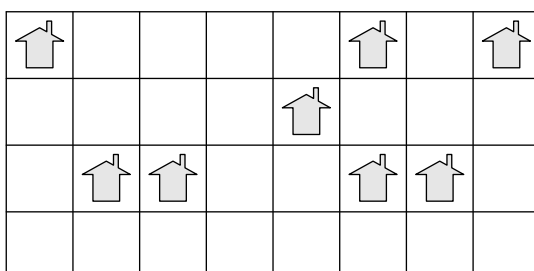


51. («Высшая проба», 2014, 7.2) Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке ниже, на три части так, чтобы из них можно было сложить квадрат. Покажите, как именно сложить из них квадрат. Разрезы могут идти не по линиям сетки.



52. («Высшая проба», 2016, 7.2) Существует ли четырёхугольник, который можно разрезать на три равных треугольника двумя разными способами? Если не существует — докажите, если существует — постройте пример.

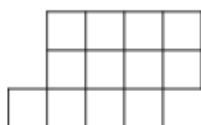
53. (Турнир Архимеда, 2012.2) Требуется разбить участок земли на 8 одинаковых дачных участков (то есть совпадающих как по площади, так и по форме). Границы участков должны проходить по линиям сетки, на каждом участке должен располагаться домик.



54. (*Математический праздник, 2012, 7.2*) Квадрат разрезали на несколько частей. Переложив эти части, из них всех сложили треугольник. Затем к этим частям добавили еще одну фигурку — и оказалось, что и из нового набора фигурок можно сложить как квадрат, так и треугольник. Покажите, как такое могло бы произойти (нарисуйте, как именно эти два квадрата и два треугольника могли бы быть составлены из фигурок).

55. (*Московская устная олимпиада, 2008, 7.2*) Квадрат разрезали на двенадцать прямоугольных треугольников. Могут ли десять из них оказаться равными друг другу, а два оставшихся — отличаться и от них, и друг от друга?

56. (*Московская устная олимпиада, 2006, 7.2*) Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на две одинаковые части тремя способами (резать можно только по линиям сетки).



57. (*«Высшая проба», 2015, 7.3*) Одна сторона прямоугольника в 5 раз длиннее другой. Покажите, как разрезать этот прямоугольник на 5 частей и сложить из них квадрат. Части можно переворачивать и поворачивать, но нельзя накладывать друг на друга, и внутри квадрата не должно быть непокрытых участков.

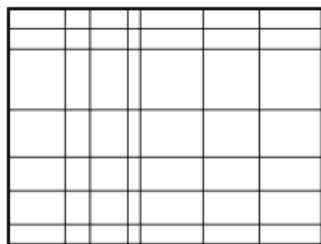
58. (*Московская устная олимпиада, 2005, 7.3*) Разрежьте по клеточкам квадрат  $5 \times 5$  на три части с равными периметрами.

59. (*Математический праздник, 2005, 7.4*) Бумага расчерчена на клеточки со стороной 1. Ваня вырезал из неё по клеточкам прямоугольник и нашёл его площадь и периметр. Таня отобрала у него ножницы и со словами «Смотри, фокус!» вырезала с краю прямоугольника по клеточкам квадратик, квадратик выкинула и объявила: «Теперь у оставшейся фигуры периметр такой же, какая была площадь прямоугольника, а площадь — как был периметр!» Ваня убедился, что Таня права.

- Квадратик какого размера вырезала и выкинула Таня?
- Приведите пример такого прямоугольника и такого квадрата.
- Прямоугольник каких размеров вырезал Ваня?

а)  $2 \times 2$ ; б)  $3 \times 3$  или  $4 \times 4$

60. (*Математический праздник, 2003, 7.4*) Прямоугольник разрезали шестью вертикальными и шестью горизонтальными разрезами на 49 прямоугольников (см. рисунок). Оказалось, что периметр каждого из получившихся прямоугольников — целое число метров. Обязательно ли периметр исходного прямоугольника — целое число метров?

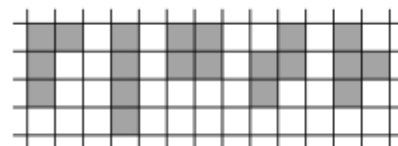


61. (*Московская устная олимпиада, 2003, 7.4*) Существует ли 10-угольник, который одной прямой можно разбить на 6 частей?

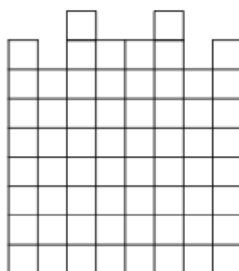
62. (*Московская устная олимпиада, 2013, 7.5*) Разрежьте по клеточкам квадрат  $7 \times 7$  на девять прямоугольников (не обязательно различных), из которых можно будет сложить любой прямоугольник со сторонами, не превосходящими 7.

63. (*Московская устная олимпиада, 2018, 7.5*) Можно ли разрезать равносторонний треугольник на три равных девятиугольника?

64. (*Математический праздник, 2018, 7.5*) Фигурки из четырёх клеток называются тетрамино. Они бывают пяти видов (см. рис.). Существует ли такая фигура, что при любом выборе вида тетрамино эту фигуру можно составить, используя тетраминошки только выбранного вида? (Переворачивать тетраминошки можно.)



65. (*Математический праздник, 1995, 7.6*) Разрежьте изображённую фигуру на две части, из которых можно сложить целый квадрат  $8 \times 8$ .



66. (*«Ломоносов», 2016, 5–8.6; 9.4*) Пете на день рождения подарили новый электролобзик, с функцией подсчёта длины сделанных пропилов. Чтобы опробовать подарок, Петя взял квадратный кусок фанеры со стороной 50 см и распилил его на квадраты со стороной 10 см и квадраты со стороной 20 см. Сколько всего квадратов получилось, если электролобзик показывает общую длину пропилов 2 м 80 см?