

Тренировочные задачи

Формулы сложения

1. Вычислите:

а) $\sin 12^\circ \cos 78^\circ + \cos 12^\circ \sin 78^\circ$;

в) $\cos \frac{7\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{7\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12}$;

д) $\sin 21^\circ \sin 24^\circ - \cos 21^\circ \cos 24^\circ$;

ж) $\sin \frac{9\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} - \cos \frac{9\pi}{7} \sin \frac{2\pi}{7}$;

б) $\sin 56^\circ \cos 26^\circ - \cos 56^\circ \sin 26^\circ$;

г) $\cos \frac{7\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{7\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12}$;

е) $\sin 34^\circ \sin 124^\circ + \cos 34^\circ \cos 124^\circ$;

з) $\sin \frac{11\pi}{36} \cos \frac{7\pi}{36} + \cos \frac{11\pi}{36} \sin \frac{7\pi}{36}$.

$\Gamma (\epsilon : 0 (\mathfrak{K} : 0 (\theta : \frac{\zeta}{\xi} - (\Upsilon \Gamma - (\Upsilon : \frac{\zeta}{\xi} (\mathfrak{H} : \frac{\zeta}{\Gamma} (\theta : \Gamma (\mathfrak{B}$

2. Упростите выражение:

а) $\cos 3x \cos 5x - \sin 3x \sin 5x$;

в) $\sin 5\alpha \cos 3\alpha - \sin 3\alpha \cos 5\alpha$;

б) $\sin y \cos 2y + \cos y \sin 2y$;

г) $\cos \beta \cos 6\beta + \sin \beta \sin 6\beta$.

$g\zeta \text{ соо } (\Upsilon : \mathfrak{K} \text{ uis } (\mathfrak{H} : \mathfrak{H} \text{ uis } (\theta : \mathfrak{K} \text{ соо } (\mathfrak{B}$

3. Докажите тождества:

а) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$;

в) $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$;

д) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \sin \beta}$;

б) $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$;

г) $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$;

е) $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cos \beta}$.

4. Докажите тождества:

а) $\sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = \cos \alpha$;

в) $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$;

б) $\cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -\sin \alpha$;

г) $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$.

5. Докажите тождества:

а) $2 \sin \left(\frac{\pi}{6} + \alpha \right) = \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha$;

в) $\sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = \cos \alpha + \sin \alpha$;

д) $2 \sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) = \sqrt{3} \cos \alpha + \sin \alpha$;

б) $2 \cos \left(\frac{\pi}{6} + \alpha \right) = \sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha$;

г) $\sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = \cos \alpha - \sin \alpha$;

е) $2 \cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) = \cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha$.

6. Используя равенство $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$, вычислите: а) $\sin 75^\circ$; б) $\cos 75^\circ$.

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad (\text{а}); \quad \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad (\text{б})$$

7. Используя равенство $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$, вычислите: а) $\sin 15^\circ$; б) $\cos 15^\circ$.

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad (\text{а}); \quad \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad (\text{б})$$

8. Используя равенство $105^\circ = 60^\circ + 45^\circ$, вычислите: а) $\sin 105^\circ$; б) $\cos 105^\circ$.

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad (\text{а}); \quad \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4} \quad (\text{б})$$

9. Упростите выражение:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right); & \text{б)} \quad & \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right); \\ \text{в)} \quad & \frac{2 \cos \alpha \sin \beta + \sin(\alpha - \beta)}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)}; & \text{г)} \quad & \frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta - \cos(\alpha - \beta)}. \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \quad (\text{а}); \quad \frac{1}{2} \quad (\text{б}); \quad \frac{1}{2} \quad (\text{в}); \quad \frac{1}{2} \quad (\text{г})$$

10. Докажите тождества:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}; & \text{б)} \quad & \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1}; \\ \text{в)} \quad & \sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta; & \text{г)} \quad & \cos(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta. \end{aligned}$$

11. Вычислите $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

$$\frac{2}{3}$$

12. Вычислите $\cos(x + y)$, если $\sin x = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ и $\cos y = \frac{5}{13}$, $\frac{3\pi}{2} < y < 2\pi$.

$$-\frac{16}{65}$$

13. Вычислите:

$$\text{а)} \quad \frac{\operatorname{tg} 22^\circ + \operatorname{tg} 8^\circ}{1 - \operatorname{tg} 22^\circ \operatorname{tg} 8^\circ}; \quad \text{б)} \quad \frac{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{18} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{18}}{1 + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{18} \operatorname{tg} \frac{\pi}{18}}.$$

$$\frac{1}{2} \quad (\text{а}); \quad \frac{1}{2} \quad (\text{б})$$

14. Докажите тождества:

$$\text{а)} \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha}; \quad \text{б)} \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}.$$

15. Найдите область значений функции $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$.

$$[-2; 2]$$