

Простые числа

1. Барон Мюнхгаузен рассказывает, что обнаружил однажды двузначное простое число с любопытным свойством: если это число написать два раза подряд, то полученное четырехзначное число тоже окажется простым. Стоит ли верить барону?

2. Если в выражение $n^2 + n + 41$ подставлять числа $n = 1, 2, 3, 4, 5$, то получатся простые числа 43, 47, 53, 61, 71. Верно ли, что при подстановке в это выражение любого натурального числа n получится простое число?

3. («Ломоносов», 2018, 5–6.3) Петров и Васечкин решали один и тот же арифметический пример. Некоторое число надо было разделить на 2, умножить на 7 и отнять 1001. Петров произвёл все действия правильно, а Васечкин всё перепутал: поделил на 8, возвёл в квадрат и тоже отнял 1001. Известно, что у Петрова получилось простое число. Какое число получилось у Васечкина?

297

4. (Математический праздник, 2013, 6.1) Вася умножил некоторое число на 10 и получил простое число. А Петя умножил то же самое число на 15, но всё равно получил простое число. Может ли быть так, что никто из них не ошибся?

5. (Математический праздник, 2017, 6.2) На двух карточках записаны четыре различные цифры — по одной с каждой стороны карточки. Может ли оказаться так, что всякое двузначное число, которое можно сложить из этих карточек, будет простым? (Нельзя переворачивать цифры вверх ногами, то есть делать из цифры 6 цифру 9 и наоборот.)

6. (Московская устная олимпиада, 2005, 6.6) Является ли простым число 1111112111111?

7. (Математический праздник, 2001, 7.1) В книге рекордов Гиннеса написано, что наибольшее известное простое число равно $23021^{377} - 1$. Не опечатка ли это?

8. (Московская устная олимпиада, 2008, 7.3) Мальвина попросила Буратино выписать все девятизначные числа, составленные из различных цифр. Буратино забыл, как пишется цифра 7, поэтому записал только те девятизначные числа, в которых этой цифры нет. Затем Мальвина предложила ему вычеркнуть из каждого числа по шесть цифр так, чтобы оставшееся трёхзначное число было простым. Буратино тут же заявил, что это возможно не для всех записанных чисел. Прав ли он?

9. (Московская устная олимпиада, 2015, 7.4) Незнайка хочет записать по кругу 2015 натуральных чисел так, чтобы для каждых двух соседних чисел частное от деления большего на меньшее было простым числом. Знайка утверждает, что это невозможно. Прав ли Знайка?