

О первичных понятиях

Дать определение (т. е. объяснение) какого-либо понятия — это значит описать его с помощью других понятий, которые считаются известными.

В жизни нам часто приходится что-то кому-то объяснять, и мы далеко не всегда задумываемся о том, *как* это происходит, какова *логика* нашего объяснения. Не задумываемся потому, что запас имеющихся в нашем распоряжении слов достаточно велик и нам ясен смысл этих слов, так что общение друг с другом не представляет для нас никаких трудностей.

Но представим себе инопланетянина, прилетевшего на Землю из совершенно иной реальности. Ему непривычно абсолютно всё вокруг. Допустим, он выучился читать по-русски и теперь хочет уяснить себе смысл различных слов. Вооружившись энциклопедическим словарём, он пытается разобраться, что означает, например, слово «орёл».

Орёл — хищная птица семейства ястребиных.

Почувствовав, что главным понятием в этом определении является «птица», он читает:

Птицы — класс позвоночных животных.

Похоже, дело в слове «животные»:

Животные — организмы, составляющие одно из царств органического мира.

Да, но что такое «организмы» и «органический мир»?

Организм — живое существо, обладающее совокупностью свойств, отличающих его от неживой материи.

Органический мир — совокупность организмов, населяющих биосферу Земли.

Если инопланетянин имеет представление о том, что такое «живое существо», «совокупность», «свойство» и т. д., он сможет понять две последние фразы и начать обратное движение к слову «орёл». Если нет — ему придётся выяснять дальше, пока не появятся известные ему понятия. При полном отсутствии изначально известных, *первичных* понятий дело инопланетянина безнадежно — переходы от одной словарной статьи к другой будут продолжаться до бесконечности.

Итак, если мы хотим дать чему-то определение, мы должны в конечном счёте располагать какими-то первичными (исходными, простейшими, неопределяемыми) понятиями, которые лежат в основе всей логической системы и уже не сводятся ни к каким другим понятиям. Смысл первичных понятий должен быть интуитивно очевиден. Тогда определение какого-либо объекта может быть дано или непосредственно с помощью первичных понятий (как в случае «организма» и «органического мира» при условии, что инопланетянин понял эти фразы), или с помощью понятий, уже определённых ранее через первичные (как в случае «орла», с которого всё и началось).

Именно так устроена математика. Слово «совокупность», с которым столкнулся инопланетянин, в школьной математике является первичным понятием и называется *множеством*.

Множество состоит из *элементов*, которые ему *принадлежат*. Например, орёл является элементом множества птиц и не является элементом множества рыб (или: орёл принадлежит множеству птиц и не принадлежит множеству рыб).

К числу первичных относится также понятие *соответствия* между элементами множеств. Так, каждой птице можно поставить в соответствие число, которое выражает длину её клюва (каждому элементу множества птиц ставится в соответствие элемент множества чисел).

К первичным понятиям геометрии относятся *точка, прямая, плоскость* и *пространство*. Есть первичные понятия и в физике — это, в частности, *пространство* и *время*.

Как сами первичные понятия, так и определённые с их помощью объекты могут находиться в некоторых *отношениях* друг с другом. Например, точка может лежать на прямой, а может и не лежать; каждому отрезку можно поставить в соответствие число — его длину, и т. д.

Такие отношения описываются при помощи специальных утверждений, которые называются *аксиомами*. Аксиомы являются начальными утверждениями теории и составляют её фундамент. Любое другое утверждение (*теорема*) должно быть *доказано*, т. е. выведено из аксиом при помощи логических умозаключений. Конечно, в каждом конкретном случае при доказательстве теорем можно опираться на теоремы, уже доказанные ранее.