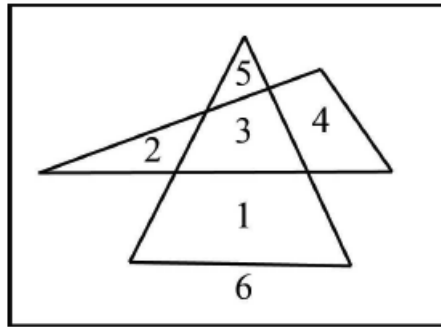


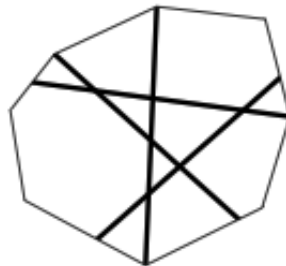
## Примеры и конструкции

1. (*Всеросс., 2017, ШЭ, 5.3*) На рисунке два треугольника разделяют листок бумаги на 6 частей (шестая часть — это то, что останется на листе, если вырезать оба треугольника). Нарисуйте два четырёхугольника, которые разделяют лист бумаги на 9 частей. Пронумеруйте полученные части.

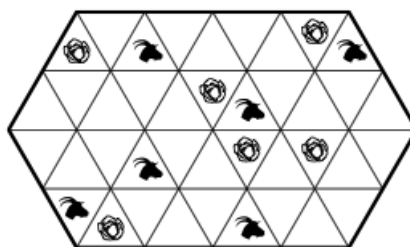


2. (*Математический праздник, 1994, 6.1*) Среди четырёх людей нет трёх с одинаковым именем, или с одинаковым отчеством, или с одинаковой фамилией, но у каждых двух совпадает или имя, или отчество, или фамилия. Может ли такое быть?

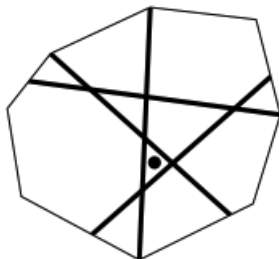
3. (*Математический праздник, 2015, 6.1*) Через двор проходят четыре пересекающиеся тропинки (см. план). Посадите четыре яблони так, чтобы по обе стороны от каждой тропинки было поровну яблонь.



4. (*Математический праздник, 2017, 6–7.1*) Фермер огородил снаружи участок земли и разделил его на треугольники со стороной 50 м. В некоторых треугольниках он посадил капусту, а в некоторые пустил пастись коз. Помогите фермеру построить по линиям сетки дополнительные заборы как можно меньшей общей длины, чтобы защитить всю капусту от коз.



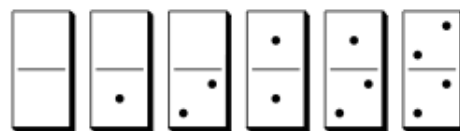
5. (Математический праздник, 2015, 7.1) Во дворе, где проходят четыре пересекающиеся тропинки, растёт одна яблоня (см. план). Посадите ещё три яблони так, чтобы по обе стороны от каждой тропинки было поровну яблонь.



6. (Турнир Архимеда, 2017.1) На рисунке расставлены карточки с числами 1, 2, 3, ..., 9 так, что получились четыре неверных равенства (три горизонтальных, одно вертикальное). Переставьте эти карточки так, чтобы все равенства стали верными. Достаточно привести ответ.

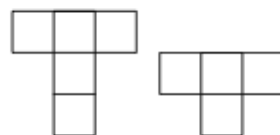
$$\begin{array}{r} \boxed{1} - \boxed{2} = \boxed{3} \\ \times \\ \boxed{4} : \boxed{5} = \boxed{6} \\ = \\ \boxed{7} + \boxed{8} = \boxed{9} \end{array}$$

7. (Математический праздник, 2014, 6.2) Из шести костяшек домино (см. рисунок) сложите прямоугольник  $3 \times 4$  так, чтобы во всех трёх строчках точек было поровну и во всех четырех столбцах точек было тоже поровну. (Выделите пожирнее границы доминошек.)



8. (Математический праздник, 2010, 6.3) Поросяенок Наф-Наф придумал, как сложить параллелепипед из одинаковых кубиков и оклеить его тремя квадратами без щелей и наложений. Сделайте это и вы.

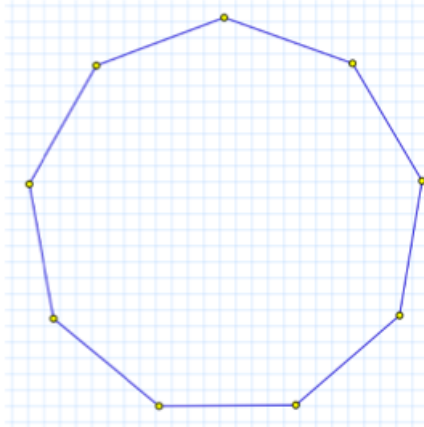
9. (Математический праздник, 2014, 6.4) Нарисуйте фигуру, которую можно разрезать на четыре фигурки, изображённых слева, а можно — на пять фигурок, изображённых справа. (Фигурки можно поворачивать.)



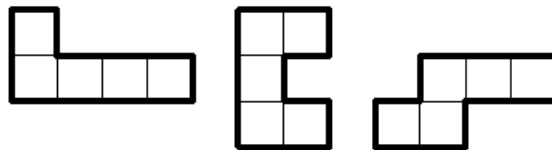
10. (Математический праздник, 2007, 6.4) В Совершенном городе шесть площадей. Каждая площадь соединена прямыми улицами ровно с тремя другими площадями. Никакие две улицы в городе не пересекаются. Из трёх улиц, отходящих от каждой площади, одна проходит внутри угла, образованного двумя другими. Начертите возможный план такого города.

11. (Московская устная олимпиада, 2010, 6.4) Дан куб с ребром 2. Покажите, как наклеить на него без наложений 10 квадратов со стороной 1 так, чтобы никакие квадраты не граничили по отрезку (по стороне или её части). Перегибать квадраты нельзя.

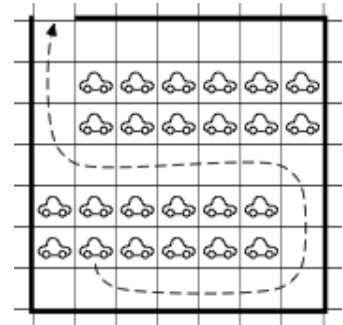
12. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–8.5) В вершинах правильного 9-угольника (см. рисунок) расставьте числа 2016, 2017, ..., 2024 таким образом, чтобы для любых трёх вершин, образующих правильный треугольник, одно из чисел было равно среднему арифметическому двух других.



13. (Математический праздник, 2007, 6–7.5) Нарисуйте, как из данных трёх фигурок, используя каждую ровно один раз, сложить фигуру, имеющую ось симметрии.



14. (Математический праздник, 2008, 6.5) Автостоянка в Цветочном городе представляет собой квадрат  $7 \times 7$  клеточек, в каждой из которых можно поставить машину. Стоянка обнесена забором, одна из сторон угловой клетки удалена (это ворота). Машина ездит по дорожке шириной в клетку. Незнайку попросили разместить как можно больше машин на стоянке таким образом, чтобы любая могла выехать, когда прочие стоят. Незнайка расставил 24 машины так, как показано на рисунке. Попробуйте расставить машины по-другому, чтобы их поместилось больше.



Можно поставить 28 машин. Можно ли больше? — неизвестно

15. (Математический праздник, 1998, 6.5, 7.3) На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки:  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Расстояние между  $A$  и  $B$  — 50 км, между  $A$  и  $C$  — 40 км, между  $C$  и  $D$  — 25 км, между  $D$  и  $A$  — 35 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги в кратчайшую сторону).

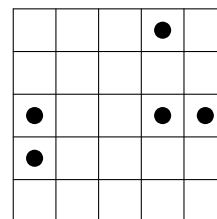
- а) Приведите пример расположения бензоколонок (с указанием расстояний между ними), удовлетворяющий условию задачи.
- б) Найдите расстояние между  $B$  и  $C$  (укажите все возможности).

16. (*Математический праздник, 2012, 7.1*) Квадрат  $3 \times 3$  заполнен цифрами так, как показано на рисунке слева. Разрешается ходить по клеткам этого квадрата, переходя из клетки в соседнюю (по стороне), но ни в какую клетку не разрешается попадать дважды.

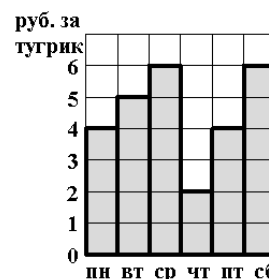
1	8	4	1	8	4
6	3	9	6	3	9
5	7	2	5	7	2

Петя прошёл, как показано на рисунке справа, и выписал по порядку все цифры, встретившиеся по пути, — получилось число 84937561. Нарисуйте другой путь так, чтобы получилось число побольше (чем больше, тем лучше).

17. (*Турнир Архимеда, 2014.1*) Требуется передвинуть каждую из пяти фишек на соседнюю клетку так, чтобы в итоге в каждой строке, каждом столбце и на каждой диагонали оказалось не более одной фишки. (*Две клетки называются соседними, если они имеют общую сторону.*) Покажите, как это сделать. (*Передвижения фишек покажите стрелками.*)

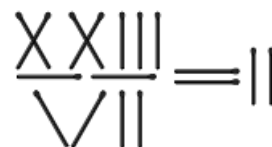


18. (*Математический праздник, 2005, 7.1*) На рисунке изображено, как изменялся курс тугрика в течение недели. У Пети было 30 рублей. В один из дней недели он обменял все свои рубли на тугрики. Потом он обменял все тугрики на рубли. Затем он ещё раз обменял все вырученные рубли на тугрики, и в конце концов, обменял все тугрики обратно на рубли. Напишите, в какие дни он совершал эти операции, если в воскресенье у него оказалось 54 рубля. (Достаточно привести пример.)



19. (*Математический праздник, 2016, 7.3*) Сложите из трёх одинаковых клетчатых фигур без оси симметрии фигуру с осью симметрии.

20. (*Всеросс., 2014, МЭ, 7.4*) Из спичек выложено неверное равенство (см. рисунок). Покажите, как переложить одну спичку, чтобы получилось равенство, в котором значения левой и правой частей различаются меньше, чем на 0,1.

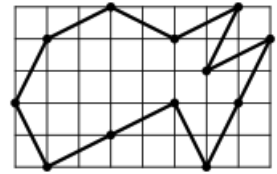


21. (*Математический праздник, 2006, 7.5*) Дед звал внука к себе в деревню: «Вот посмотришь, какой я необыкновенный сад посадил! У меня там растут груши и яблони, причём яблони посажены так, что на расстоянии 10 метров от каждой яблони растёт ровно две груши». — «Ну и что тут интересного, — ответил внук. — У тебя, значит, яблонь вдвое меньше, чем груш». «А вот и не угадал, — улыбнулся дед. — Яблонь у меня в саду вдвое больше, чем груш». Нарисуйте, как могли расти яблони и груши в саду у деда.

22. (*Математический праздник, 2009, 7.5*) Начертите два четырёхугольника с вершинами в узлах сетки, из которых можно сложить:

- а) как треугольник, так и пятиугольник;
  - б) и треугольник, и четырёхугольник, и пятиугольник.
- Покажите, как это можно сделать.

23. (Математический праздник, 2014, 7.5) Незнайка рисует замкнутые пути внутри прямоугольника  $5 \times 8$ , идущие по диагоналям прямоугольников  $1 \times 2$ . На рисунке изображен пример пути, проходящего по 12 таким диагоналям. Помогите Незнайке нарисовать путь как можно длиннее.



Самый длинный известный путь содержит 24 диагоналяги

24. (Московская устная олимпиада, 2014, 7.5) Впишите в пять кружков натуральные числа так, чтобы выполнялись два условия:

- если два кружка соединены линией, то стоящие в них числа должны отличаться ровно в два или ровно в четыре раза;
- если два кружка не соединены линией, то отношение стоящих в них чисел не должно быть равно ни 2, ни 4.

