

## Векторы в планиметрии

ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 2017, ШЭ, 10) Точка  $O$  — центр квадрата  $ABCD$ . Найдите какие-нибудь семь попарно неравных векторов с концами и началами в точках  $A, B, C, D, O$ , сумма которых равна нулевому вектору. Объясните свой ответ.

ЗАДАЧА 2. (Турнир городов, 2017, 10–11) Дан правильный 12-угольник  $A_1A_2 \dots A_{12}$ . Можно ли из 12 векторов  $\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_2A_3}, \dots, \overrightarrow{A_{11}A_{12}}, \overrightarrow{A_{12}A_1}$  выбрать семь, сумма которых равна нулевому вектору?

ЗАДАЧА 3. (ОММО, 2017) Пусть  $L$  — точка пересечения диагоналей  $CE$  и  $DF$  правильного шестиугольника  $ABCDEF$  со стороной 3. Точка  $K$  такова, что  $\overrightarrow{LK} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ . Определите, лежит ли точка  $K$  внутри, на границе или вне  $ABCDEF$ , а также найдите длину отрезка  $KC$ .

Вне:  $\sqrt{3}$

ЗАДАЧА 4. (ОММО, 2016, 11) В треугольнике  $ABC$  с отношением сторон  $AB : AC = 5 : 4$  биссектриса угла  $BAC$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $L$ . Найдите длину отрезка  $AL$ , если длина вектора  $4 \cdot \overrightarrow{AB} + 5 \cdot \overrightarrow{AC}$  равна 2016.

224

ЗАДАЧА 5. (ОММО, 2015, 9–11) Основания  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны 65 и 31 соответственно, а её диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AD}$  и  $\overrightarrow{BC}$ .

202

ЗАДАЧА 6. (ОММО, 2014) Дан выпуклый пятиугольник  $ABCDE$ . Точки  $M, N, P$  и  $Q$  — середины сторон  $AB, BC, CD$  и  $DE$  соответственно, точки  $H$  и  $K$  — середины  $MP$  и  $NQ$  соответственно. Найдите длину отрезка  $HK$ , если  $AE = 7$ .

1/2

ЗАДАЧА 7. («Ломоносов», 2016, 10–11) В треугольнике  $ABC$  точки  $A_1, B_1, C_1$  — середины сторон  $BC, AC$  и  $AB$  соответственно. Найдите длину стороны  $AC$ , если известно, что сумма векторов  $3 \cdot \overrightarrow{AA_1} + 4 \cdot \overrightarrow{BB_1} + 5 \cdot \overrightarrow{CC_1}$  равна вектору с координатами  $(2, 1)$ .

$\frac{3}{5}\sqrt{2}$

ЗАДАЧА 8. («Высшая проба», 2017, 11.2) На окружности с центром  $O$  расположим шестёрку точек  $P_1, \dots, P_6$ . Назовём шестёрку *интересной*, если  $\overrightarrow{OP_1} + \dots + \overrightarrow{OP_6} = 0$  и все углы  $\angle P_iOP_j$  целые в градусах. Назовём шестёрку *скудной*, если она переводится в себя отражением от точки  $O$  или поворотом вокруг  $O$  на  $120^\circ$ . Существуют ли интересные нескучные шестёрки точек на окружности?