

Что такое параметр?

Чтобы лучше вникнуть в «идеологию» задач с параметрами, мы рассмотрим два простых примера из механики.

Пример. Тело движется из состояния покоя с постоянным ускорением a м/с². Какой путь s пройдёт тело за 4 с?

Решение. Если начальная скорость тела равна нулю, то путь, пройденный телом за время t , выражается формулой

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Подставляя сюда $t = 4$, находим:

$$s = 8a. \quad (1)$$

Ответ: $s = 8a$.

Обратите внимание: числовое значение ускорения в задаче не дано. Ускорение является *параметром* и может принимать какие угодно значения. Фактически мы нашли зависимость пути, пройденного за 4 секунды, от ускорения. Подставляя теперь в формулу (1) какое-то конкретное значение ускорения, мы найдём соответствующее значение пройденного пути.

Пример. Тело брошено вертикально вверх со скоростью 20 м/с. Через какое время t тело будет на высоте h ? Ускорение свободного падения равно 10 м/с², сопротивление воздуха не учитывать.

Решение. Зависимость высоты подъёма тела от времени имеет вид:

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

где v_0 — начальная скорость, g — ускорение свободного падения. Подставляем сюда $v_0 = 20$ м/с и $g = 10$ м/с²:

$$h = 20t - 5t^2.$$

Получаем квадратное уравнение относительно t с параметром h :

$$5t^2 - 20t + h = 0. \quad (2)$$

Нас интересуют решения этого уравнения при различных значениях параметра. Прежде всего находим дискриминант:

$$D = 400 - 20h.$$

В зависимости от значений параметра h дискриминант может быть положительным, равным нулю или отрицательным. Необходимо рассмотреть все три случая.

1. $D > 0$, то есть $h < 20$. Тогда уравнение (2) имеет два корня:

$$t_1 = \frac{20 - \sqrt{400 - 20h}}{10}, \quad t_2 = \frac{20 + \sqrt{400 - 20h}}{10}. \quad (3)$$

Физический смысл двух корней ясен: в момент времени t_1 тело достигает высоты h , двигаясь вверх, а в момент t_2 тело снова окажется на высоте h , но уже двигаясь обратно вниз.

2. $D = 0$, то есть $h = 20$. В этом случае подкоренное выражение в (3) обращается в нуль, и оба корня t_1, t_2 «сливаются» в один:

$$t = \frac{20}{10} = 2.$$

Физический смысл единственности корня заключается в том, что $h = 20$ м — это максимальная высота подъёма. Тело достигает данной высоты в один-единственный момент времени, а именно через 2 секунды.

3. $D < 0$, то есть $h > 20$. В этом случае уравнение (2) не имеет корней. Оно и понятно: тело не может подняться выше 20 метров, поэтому, какое бы значение параметра $h > 20$ мы ни взяли, данному значению не будет соответствовать никакой момент времени.

Нам остаётся записать ответ (расстояние измеряется в метрах, время — в секундах). Обратите внимание на «ветвящуюся» структуру ответа в виде совокупности выражений «если ..., то», которая даёт перебор всех возможных случаев значений параметра.

Ответ: Если $h < 20$, то $t = \frac{20 - \sqrt{400 - 20h}}{10}$ или $t = \frac{20 + \sqrt{400 - 20h}}{10}$; если $h = 20$, то $t = 2$; если $h > 20$, то решений нет.

Какую основную идею следует вынести из рассмотренных примеров? Мы сформулируем её следующим образом.

Параметр — это буква, которая «никому ничем не обязана» и может принимать любые допустимые значения. Структура решений уравнения или неравенства зависит от значений параметра; те или иные аспекты этой зависимости и предстоит выяснить в каждой конкретной задаче.