

## Параллелограмм

Чтобы решать олимпиадные задачи, связанные с параллелограммом, нужно свободно знать свойства и признаки параллелограмма, сформулированные в [соответствующем листке](#) базового курса.

ЗАДАЧА 1. (*Турнир городов, 2013, 8–9*) Окружность касается сторон  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  в точках  $K$ ,  $L$ ,  $M$  соответственно. Докажите, что прямая  $KL$  делит пополам высоту параллелограмма, опущенную из вершины  $C$  на  $AB$ .

ЗАДАЧА 2. (*Турнир городов, 2017, 8–9*) Даны параллелограмм  $ABCD$  и такая точка  $K$ , что  $AK = BD$ . Точка  $M$  — середина  $CK$ . Докажите, что  $\angle BMD = 90^\circ$ .

ЗАДАЧА 3. (*Московская устная олимпиада по геометрии, 2014, 8–9*) Дан параллелограмм  $ABCD$ . На стороне  $AB$  взята точка  $M$  так, что  $AD = DM$ . На стороне  $AD$  взята точка  $N$  так, что  $AB = BN$ . Докажите, что  $CM = CN$ .

ЗАДАЧА 4. (*ММО, 2015, 8*) Внутри параллелограмма  $ABCD$  отметили точку  $E$  так, что  $CD = CE$ . Докажите, что прямая  $DE$  перпендикулярна прямой, проходящей через середины отрезков  $AE$  и  $BC$ .

ЗАДАЧА 5. (*ММО, 2013, 8*) Треугольник  $ABC$  равнобедренный ( $AB = BC$ ). Точка  $M$  — середина стороны  $AB$ , точка  $P$  — середина отрезка  $CM$ , точка  $N$  делит сторону  $BC$  в отношении  $3 : 1$  (считая от вершины  $B$ ). Докажите, что  $AP = MN$ .