# Параллелепипед

Задача 1. (*ММО, 2011, 10*) Куб разбит на прямоугольные параллелепипеды так, что для любых двух параллелепипедов их проекции на некоторую грань куба перекрываются (то есть пересекаются по фигуре ненулевой площади). Докажите, что для любых трёх параллелепипедов найдётся такая грань куба, что проекции каждых двух из них на эту грань не перекрываются.

Задача 2. (*ММО, 2005, 10*) Конструктор состоит из набора прямоугольных параллелепипедов. Все их можно поместить в одну коробку, также имеющую форму прямоугольного параллелепипеда. В бракованном наборе одно из измерений каждого параллелепипеда оказалось меньше стандартного. Всегда ли у коробки, в которую укладывается набор, тоже можно уменьшить одно из измерений (параллелепипеды укладываются в коробку так, что их рёбра параллельны рёбрам коробки)?

Задача 3. (*Турнир городов, 1999, 10–11*) (*Багаж в Московском метрополитене*) Будем называть *размером* прямоугольного параллелепипеда сумму трёх его измерений — длины, ширины и высоты. Может ли случиться, что в некотором прямоугольном параллелепипеде поместился больший по размеру прямоугольный параллелепипед?

Задача 4. (*Турнир городов, 1991, 10–11*) В нашем распоряжении имеются «кирпичи», имеющие форму, которая получается следующим образом: приклеиваем к одному единичному кубу по трём его граням, имеющим общую вершину, ещё три единичных куба, так что склеиваемые грани полностью совпадают. Можно ли сложить прямоугольный параллелепипед $11 \times 12 \times 13$ из таких «кирпичей»?

Задача 5. (*Всеросс., 2005, финал, 11*) Можно ли расположить в пространстве 12 прямоугольных параллелепипедов $P_1, P_2, \ldots, P_{12}$, рёбра которых параллельны координатным осям $Ox$, $Oy$, $Oz$ так, чтобы $P_2$ пересекался (т. е. имел хотя бы одну общую точку) с каждым из оставшихся, кроме $P_1$ и $P_3$, $P_3$ пересекался с каждым из оставшихся, кроме $P_2$ и $P_4$, и т. д., $P_{12}$ пересекался с каждым из оставшихся, кроме $P_{11}$ и $P_1$, $P_1$ пересекался с каждым из оставшихся, кроме $P_{12}$ и $P_2$? (Поверхность параллелепипеда принадлежит ему.)