

Числовые неравенства

1. («Ломоносов», 2018, 10–11) На каком из пяти интервалов, на которые разбивают числовую ось четыре точки

$$x^5 < y^8 < y^3 < x^6,$$

лежит число 0?

(8й; x)

2. (Моск. матем. регата, 2011, 9) Найдите наибольшее натуральное n , при котором $n^{200} < 5^{300}$.

11

3. (Всеросс., 2017, МЭ, 9) Что больше:

$$\sqrt{2016} + \sqrt{2015 + \sqrt{2016}} \quad \text{или} \quad \sqrt{2015} + \sqrt{2016 + \sqrt{2015}} ?$$

Первое число больше

4. (ММО, 2011, 9) Что больше: $2011^{2011} + 2009^{2009}$ или $2011^{2009} + 2009^{2011}$?

Первое число больше

5. («Ломоносов», 2018, 10–11) Какое из чисел больше:

$$\underbrace{\sqrt{17\sqrt{13\sqrt{17\sqrt{13\sqrt{17\dots}}}}}}_{2018 \text{ знаков корня}} \quad \text{или} \quad 17\sqrt[3]{\frac{13}{17}} ?$$

Второе

6. (ММО, 2010, 11) Какое наибольшее значение может принимать выражение

$$\frac{1}{a + \frac{2010}{b + \frac{1}{c}}},$$

где a, b, c — попарно различные ненулевые цифры?

203
1

7. (Всеросс., 2017, финал, 10.4, 11.3) На доске выписаны в ряд n положительных чисел a_1, a_2, \dots, a_n . Вася хочет выписать под каждым числом a_i число $b_i \geq a_i$ так, чтобы для любых двух из чисел b_1, b_2, \dots, b_n отношение одного из них к другому было целым. Докажите, что Вася может выписать требуемые числа так, чтобы выполнялось неравенство $b_1 b_2 \dots b_n \leq 2^{(n-1)/2} a_1 a_2 \dots a_n$.