

Логарифмические неравенства

1. (МГУ, физический ф-т, 2004) Решите неравенство

$$\log_5(2+x)(x-5) > \log_{25}(x-5)^2.$$

$$(\infty+;5) \cap (5-;\infty-)$$

2. (МГУ, физический ф-т, 2007) Решите неравенство

$$\log_4(x^2-4)^2 + \log_2 \frac{x-1}{x^2-4} > 0.$$

$$(\infty+;7) \cap (0;7-)$$

3. (МГУ, ф-т почвоведения, 2004) Решите неравенство

$$\log_{0,1}(10^x-9) \geq x-1.$$

$$[1;6^{\frac{1}{2}}]$$

4. (МГУ, физический ф-т, 2003) Решите неравенство

$$\log_{25}(5^x-1) \cdot \log_5(5^{x+2}-25) < 4.$$

$$(\log_5 9; \log_5 9) \cup (\log_5 9; \log_5 25)$$

5. (МГУ, ф-т почвоведения, 2007) Решите неравенство

$$\log_x^3 16 + 2 \log_x^2 16^2 + 4 \log_x 16^4 \geq 0.$$

$$(\infty+;1) \cap \left\{ \frac{4}{3} \right\}$$

6. (МГУ, ИСАА, 2007) Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_4 \frac{x^2-2x}{x+10} \right) \geq 0.$$

$$[0;5) \cap (2-;7-]$$

7. (МГУ, ф-т гос. управления, 2007) Решите неравенство

$$\sqrt{\log_4^2 x - 2} \geq \log_2 \frac{x}{4} - 1.$$

$$\left[\frac{8}{3}; 9 \right] \cup \left[\frac{16}{3}; 16 \right] \cap \left[\frac{1}{2}; 2 \right]$$

8. (МГУ, ф-т почвоведения, 2006) Решите неравенство

$$(3\sqrt{x})^{\log_2 x} \geq 1.$$

$$(\infty+;1] \cap [\frac{9}{4};0)$$

9. (МГУ, ВМК, 2005) Решите неравенство

$$6 \log_{2x} x + 2 \log_{4\sqrt{x}}(2x) \geq 1.$$

$$(\infty+;1] \cap (\frac{8}{3};\frac{8}{3}] \cap (\frac{91}{4};0)$$

10. (МГУ, филологический ф-т, 2005) Решите неравенство

$$\log_2(x+1) > \log_{x+1} 16.$$

$$(\infty+;8) \cap (0;\frac{7}{8}-)$$

11. (МГУ, мехмат, 2002) Решите неравенство

$$\log_{\frac{2}{3}} \frac{x}{x+1} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{3x} \geq 2.$$

$$[2;0)$$

12. (МГУ, ф-т почвоведения, 2002) Решите неравенство

$$\log_{25} \log_4 4x \geq \log_5 \log_8 x.$$

$$[\frac{7}{9};1)$$

13. («Физтех», 2017) Решите неравенство

$$x^{\log_3 x} - 2 \leq \left(\sqrt[3]{3}\right)^{\log_{\sqrt{3}}^2 x} - 2 \cdot x^{\log_3 \sqrt[3]{x}}.$$

$$\left(\infty+;\frac{2}{\sqrt[3]{3}}\wedge\frac{1}{3}\right] \cap \{1\} \cap \left[\frac{2}{\sqrt[3]{3}}\wedge\frac{1}{3};0\right)$$

14. («Физтех», 2017) Решите неравенство

$$\log_9 4 + (16 - \log_3^2 2) \log_{162} 3 \leq 64^{\log_4^2 x} - 15 \cdot x^{\log_4 x}.$$

$$(\infty+;7] \cap [\frac{7}{4};0)$$

15. («Физтех», 2016) Решите неравенство

$$\log_{\frac{x^2-3}{6x-12}} \frac{(x^2-3)(6x-12)}{25} \geq 1.$$

$$(\infty+;8) \cap (8;\frac{9}{2}] \cap \left(\frac{9}{2}\wedge\frac{9}{2}\right]$$

16. («Физтех», 2016) Решите неравенство

$$(x^2 - 3x + 3)^{4x^3 + 5x^2} \leq (x^2 - 3x + 3)^{2x^3 + 18x}.$$

$$\{\mathbb{Z}\} \cap [1; 0] \cap \left[\frac{2}{6}; +\infty\right)$$

17. («Физтех», 2008) Решите неравенство

$$\log_{\frac{x+5}{x+1}}(x+25) \leq 2.$$

$$(0; 1-) \cap (9 - \sqrt{8}; 8 - \sqrt{1} -]$$

18. («Физтех», 2011) Решите неравенство

$$\frac{2}{\log_{x+\frac{5}{8}}\left(\frac{1}{2} - x\right)} \leq 1.$$

$$\left(\frac{2}{1}; \frac{8}{8}\right) \cap \left(\frac{8}{8}; \frac{8}{2\sqrt{2}^{\sqrt{2}+6}}\right] \cap \left(\frac{2}{1}; \frac{8}{8}-\right)$$

19. («Физтех», 2010) Решите неравенство

$$\log_{x+1}\left(\sqrt{x+4} + \frac{3}{4}\right) \leq 1.$$

$$(\infty + \sqrt{\frac{7}{6}}] \cap (0; 1-)$$

20. («Физтех», 2009) Решите неравенство

$$\log_{|x-1|}(\sqrt{6-x} + 4) \geq 2 \log_{(x-1)^2}(10-2x).$$

$$(9; 2) \cap (2; 1) \cap (1; 0)$$

21. («Покори Воробьёвы горы!», 2013) Решите неравенство

$$3 + 2 \cdot 4^{\log_x 7} - 2^{\log_{\sqrt{x}} 49} \geq 0.$$

$$(\infty + \sqrt{\frac{7}{6}}] \cap (1; 0)$$

22. («Физтех», 2015, 11) Решите неравенство

$$\frac{\log_3 x^4 \cdot \log_{\frac{1}{3}} x^2 + \log_3 x^2 - \log_{\frac{1}{3}} x^4 + 2}{\left(\log_{\frac{1}{3}} x^2\right)^3 + 64} \leq 0.$$

$$(6; 9] \cap \left[\frac{9}{1}; 0\right) \cap \left(0; \frac{9}{1}-\right] \cap [9 - \sqrt{6}-)$$

23. («Физтех», 2012) Решите неравенство

$$\frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{x^2}{2} + 8x + 33 \right) \leq -\log_{\frac{1}{4}} (x^2 + 13x + 42) + \log_4 \left(\frac{x-1}{x+7} \right).$$

$$(\infty+; \frac{1}{2} \wedge + \varepsilon] \cap (2-; \infty-)$$

24. («Ломоносов», 2011) Решите неравенство

$$\log_5(5x^2 + 2x) \cdot \log_5 \left(5 + \frac{2}{x} \right) > \log_5 5x^2.$$

$$\left(\infty+; \frac{5}{2} \wedge + 1- \right) \cap \left(\frac{5}{2}-; \frac{5}{2} \wedge - 1- \right)$$

25. («Покори Воробьёвы горы!», 2017) Решите неравенство

$$(\pi - 3)^{\ln(x^2 - 2x)} \leq (2 - x)^{\ln(\pi - 3)}.$$

$$[1-; \infty-)$$

26. («Покори Воробьёвы горы!», 2014) Решите неравенство

$$\log_{\frac{4-x^2}{3}} \frac{2}{3x^2 + x} \geq -1.$$

$$(2; 1) \cap [\frac{11}{8}; 0) \cap (\frac{8}{11}-; 1-) \cap (1-; 2-)$$

27. («Покори Воробьёвы горы!», 2014) Решите неравенство

$$(\log_5 x)^{\log_3 \log_2 x} + (\log_2 x)^{\log_3 \log_5 x} > 2.$$

$$(\infty+; 5) \cap (2; 1)$$

28. («Физтех», 2013) Решите неравенство

$$\left(\frac{6|2x+1|}{4x^2+15} \right)^{-x+\sqrt{x^2-1}} > 1.$$

$$(\infty+; \frac{7}{8}) \cap (\frac{7}{8}; 1]$$

29. («Ломоносов», 2013) Решить неравенство

$$\log_{x^2+4x+3}(x-4)^2 \cdot \log_{-x^2+3x+4}(3-x)^3 \leq 0.$$

$$(\varepsilon; 2] \cap \left(2 \wedge + 2-; \frac{7}{12} \wedge - \varepsilon \right)$$

30. («Покори Воробьёвы горы!», 2016) Решите неравенство

$$\log_{3x}(x+1) - (x+1)^{(\log_{\cos 5} \sqrt{x+1})^{-1}} < \sin^2 5.$$

$$(\infty+; \frac{5}{11}) \cap (\frac{5}{11}; 0)$$

31. («Покори Воробьёвы горы!», 2010) Решите неравенство

$$\log_{x^2 + \frac{1}{x^2}} \left(x - \frac{1}{x} \right) > \log_{x + \frac{1}{x}} \left(x - \frac{1}{x} \right).$$

$$\left(\frac{x}{x^2 + 1} ; 1 \right)$$