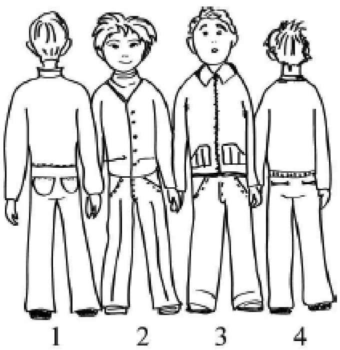
Логика

1. (*Всеросс., 2016, ШЭ, 5.4*) На картинке мы видим четырёх детей: Колю, Васю, Сеню и Яна. Известно, что мы видим Сеню правее Коли, а Коля дал Васе левую руку. Найдите, как кого зовут, и объясните, почему Вы так считаете.

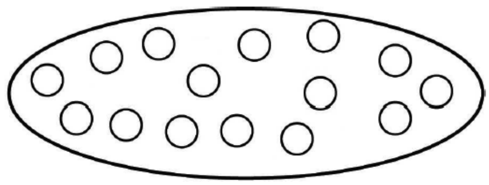


1 — Ян, 2 — Коля, 3 — Вася, 4 — Сеня

2. (*Всеросс., 2017, ШЭ, 5.4*) В мешке лежат 15 шариков (см. рисунок). Раскрасьте каждый шарик в один из трёх цветов: синий, зелёный или красный — так, чтобы два утверждения были верны, а одно неверно:

— синих шариков на один больше, чем красных;
— красных и зелёных шариков поровну;
— синих шариков на 5 больше, чем зелёных.

Напишите подробно, как вы рассуждали.



3. (*Всеросс., 2015, МЭ, 5.5*) После хоккейного матча Антон сказал, что он забил 3 шайбы, а Илья только одну. Илья сказал, что он забил 4 шайбы, а Серёжа целых 5. Серёжа сказал, что он забил 6 шайб, а Антон всего лишь две. Могло ли оказаться так, что втроём они забили 10 шайб, если известно, что каждый из них один раз сказал правду, а другой раз солгал? *Ответ объясните.*

Нет

4. (*Всеросс., 2015, ШЭ, 6.3*) Три лисы — Алиса, Лариса и Инесса — разговаривали на полянке. Лариса: «Алиса не самая хитрая». Алиса: «Я хитрее Ларисы». Инесса: «Алиса хитрее меня». Известно, что самая хитрая лиса солгала, остальные сказали правду.

а) Может ли самой хитрой лисой быть Алиса? Почему?

б) Какая лиса самая хитрая? Дайте ответ и объясните, почему другие варианты не подходят.

а) Не может; б) Инесса

5. (*Всеросс., 2016, ШЭ, 6.3*) Шестнадцать мальчишек собрались на рыбалку. Известно, что каждый мальчишка, который надел сапоги, надел и кепку. Без сапог оказалось 10 мальчишек, а без кепки — двое. Каких мальчишек и на сколько больше: тех, кто был в кепке, но без сапог, или тех, кто надел сапоги? Обязательно объясните свой ответ.

Тех, кто был в кепке, но без сапог, на 2 больше, чем тех, кто был в сапогах

6. (*Математический праздник, 2010, 6.2*) В Лесогории живут только эльфы и гномы. Гномы лгут, говоря про своё золото, а в остальных случаях говорят правду. Эльфы лгут, говоря про гномов, а в остальных случаях говорят правду. Однажды два лесогорца сказали:

А: Всё моё золото я украл у Дракона.

Б: Ты лжёшь.

Определите, эльфом или гномом является каждый из них.

Оба гномы

7. (*Московская устная олимпиада, 2011, 6.2*) Некоторые жители *Острова Разноцветных Лягушек* говорят только правду, а остальные всегда лгут. Трое островитян сказали так:

Бре: На нашем острове нет синих лягушек.

Ке: Бре лгун. Он же сам синяя лягушка!

Кекс: Конечно, Бре лгун. Но он красная лягушка.

Водятся ли на этом острове синие лягушки?

8. (*Московская устная олимпиада, 2005, 6.2*) Дом имеет форму квадрата, разделённого на девять одинаковых квадратных комнат. В каждой комнате живёт либо рыцарь, который всегда говорит только правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый житель дома заявил: «Среди моих соседей рыцарей больше, чем лжецов». Известно, что среди жителей дома есть и рыцари, и лжецы. Сколько среди них рыцарей? (Соседними считаются комнаты, имеющие общую стену.)

9. (*Московская устная олимпиада, 2003, 6.2*) Каждый из трёх приятелей либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Им был задан вопрос: «Есть ли хотя бы один лжец среди двух остальных?» Первый ответил: «Нет», второй ответил: «Да». Что ответил третий?

10. (*Математический праздник, 2003, 6.3*) На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Путник встретил троих островитян и спросил каждого из них: «Сколько рыцарей среди твоих спутников?». Первый ответил: «Ни одного». Второй сказал: «Один». Что сказал третий?

«Один»

11. (*Математический праздник, 2015, 6.3*) Математик с пятью детьми зашел в пиццерию.

Маша: Мне с помидорами и чтоб без колбасы.

Даша: Я буду без помидоров.

Никита: А я с помидорами. Но без грибов!

Игорь: И я без грибов. Зато с колбасой!

Ваня: А мне с грибами.

Папа: Да, с такими привередами одной пиццей явно не обойдёшься…

Сможет ли математик заказать две пиццы и угостить каждого ребенка такой, какую тот просил, или всё же придётся три пиццы заказывать?

Всё же придётся

12. (*Математический праздник, 2011, 6–7.3*) Перед футбольным матчем команд «Север» и «Юг» было дано пять прогнозов:

а) ничьей не будет;

б) в ворота «Юга» забьют;

в) «Север» выиграет;

г) «Север» не проиграет;

д) в матче будет забито ровно 3 гола.

После матча выяснилось, что верными оказались ровно три прогноза. С каким счётом закончился матч?

1 : 2

13. (*Московская устная олимпиада, 2013, 6.3*) Карлсон открыл школу, и 1 сентября во всех трёх первых классах было по три урока: Курощение, Низведение и Дуракаваляние. Один и тот же предмет в двух классах одновременно идти не может. Курощение в 1Б было первым уроком. Учитель Дуракаваляния похвалил учеников 1Б: «У вас получается ещё лучше, чем у 1А». Низведение на втором уроке было не в 1А. В каком классе валяли дурака на последнем уроке?

В 1Б

14. (*Всеросс., 2014, МЭ, 6.4*) Все жители острова либо рыцари и говорят только правду, либо лжецы и всегда лгут. Путешественник встретил пятерых островитян. На его вопрос «Сколько среди вас рыцарей?» первый ответил: «Ни одного!», а двое других ответили: «Один». Что ответили остальные?

Остальные ответили: «Два»

15. (*Математический праздник, 2009, 6.4*) Если у осьминога чётное число ног, он всегда говорит правду. Если нечётное, то он всегда лжёт. Однажды зелёный осьминог сказал тёмно-синему:

— У меня 8 ног. А у тебя только 6.

— Это у меня 8 ног, — обиделся тёмно-синий. — А у тебя всего 7.

— У тёмно-синего действительно 8 ног, — поддержал фиолетовый и похвастался: — А вот у меня целых 9!

— Ни у кого из вас не 8 ног, — вступил в разговор полосатый осьминог. — Только у меня 8 ног!

У кого из осьминогов было ровно 8 ног?

У полосатого

16. (*Математический праздник, 1996, 6.4*) Три человека A, B, C пересчитали кучу шариков четырёх цветов. При этом каждый из них правильно различал какие-то два цвета, а два других мог путать: один путал красный и оранжевый, другой — оранжевый и жёлтый, а третий — жёлтый и зелёный. Результаты их подсчётов приведены в таблице. Сколько каких шариков было на самом деле?

	красный	оранжевый	жёлтый	зелёный
A	2	5	7	9
B	2	4	9	8
C	4	2	8	9

Красных — 2, оранжевых — 4, жёлтых — 8, зелёных — 9

17. (*Московская устная олимпиада, 2008, 6.4*) В школе колдовства 13 учеников. Перед экзаменом по ясновидению преподаватель посадил их за круглый стол и попросил угадать, кто получит диплом ясновидящего. Про себя и двух своих соседей все скромно умолчали, а про всех остальных написали: «Никто из этих десяти не получит!» Конечно же, все сдавшие экзамен угадали, а все остальные ученики ошиблись. Сколько колдунов получили диплом?

18. (*Математический праздник, 2011, 6.5*) Дракон запер в пещере шестерых гномов и сказал: «У меня есть семь колпаков семи цветов радуги. Завтра утром я завяжу вам глаза и надену на каждого по колпаку, а один колпак спрячу. Затем сниму повязки, и вы сможете увидеть колпаки на головах у других, но общаться я вам уже не позволю. После этого каждый втайне от других скажет мне цвет спрятанного колпака. Если угадают хотя бы трое, всех отпущу. Если меньше — съем на обед». Как гномам заранее договориться действовать, чтобы спастись?

19. (*Математический праздник, 2002, 6.5*) Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Придумайте вопрос, на который Илья Муромец ответит «да», «нет» или «не знаю», и по ответу на который Вы сможете понять, какие монеты ему достались.

«Правда ли, что у тебя золотых монет больше, чем у Алёши Поповича?»

20. (*Московская устная олимпиада, 2012, 6.5*) На острове рыцарей и лжецов путешественник пришел в гости к своему знакомому рыцарю и увидел его за круглым столом с пятью гостями.

— Интересно, а сколько среди вас рыцарей? — спросил он.

— А ты задай каждому какой-нибудь вопрос и узнай сам, — посоветовал один из гостей.

— Хорошо. Скажи мне каждый: кто твои соседи? — спросил путешественник.

На этот вопрос все ответили одинаково.

— Данных недостаточно! — сказал путешественник.

— Но сегодня день моего рождения, не забывай об этом, — сказал один из гостей.

— Да, сегодня день его рождения! — сказал его сосед.

И путешественник смог узнать, сколько за столом рыцарей. Действительно, сколько же их?

21. (*Математический праздник, 2005, 6.6*) В Пустоземье живут три племени: эльфы, гоблины и хоббиты. Эльф всегда говорит только правду, гоблин всегда лжёт, а хоббит через раз говорит то правду, то ложь. Однажды за круглым столом пировало несколько пустоземцев, и один из них сказал, указав на своего левого соседа: «Он — хоббит». Сосед сказал: «Мой правый сосед солгал». В точности ту же фразу затем повторил его левый сосед, потом её же произнёс следующий по кругу, и так они говорили «Мой правый сосед солгал» много-много кругов, да и сейчас ещё, возможно, говорят. Определите, из каких племён были пирующие, если известно, что за столом сидело а) девять; б) десять жителей Пустоземья. Объясните своё решение.

а) Все были хоббитами; б) пять гоблинов и пять эльфов

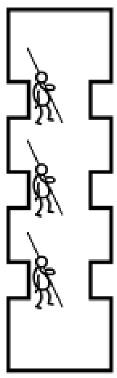
22. (*Математический праздник, 2007, 6.6*) Кощей Бессмертный похитил у царя трёх дочерей. Отправился Иван-царевич их выручать. Приходит он к Кощею, а тот ему и говорит:

«Завтра поутру увидишь пять заколдованных девушек. Три из них — царёвы дочери, а ещё две — мои. Для тебя они будут неотличимы, а сами друг дружку различать смогут. Я подойду к одной из них и стану у неё спрашивать про каждую из пятерых: „Это царевна?“ Она может отвечать и правду, и неправду, но ей дозволено назвать царевнами ровно двоих (себя тоже можно называть). Потом я так же опрошу каждую из остальных девушек, и они тоже должны будут назвать царевнами ровно двоих. Если после этого угадаешь, кто из них и вправду царевны, отпущу тебя восвояси невредимым. А если ещё и догадаешься, которая царевна старшая, которая средняя, а которая младшая, то и их забирай с собой.»

Иван может передать царевнам записку, чтобы научить их, кого назвать царевнами. Может ли он независимо от ответов Кощеевых дочерей: а) вернуться живым; б) увезти царевен с собой?

а) Да; б) да

23. (*Математический праздник, 2008, 6.6, 7.4*) Василиса Премудрая решила запереть Кощея в прямом коридоре, разделённом тремя проходами на четыре комнаты, причём в каждом проходе, облокотившись на одну из стен, стоит толстый усталый стражник. Каждый раз, когда Кощей переходит из одной комнаты в другую, стражник переходит к противоположной стене и облокачивается на неё. Если все стражники облокотятся на одну стену, она не выдержит и рухнет, а Кощей выйдет на свободу. Может ли Василиса изначально так прислонить стражников и разместить Кощея, чтобы он никогда не смог выбраться?



Да

24. (*Математический праздник, 2012, 6.6*) Известно, что Шакал всегда лжёт, Лев говорит правду, Попугай просто повторяет последний услышанный ответ (а если его спросить первым, ответит как попало), а Жираф даёт честный ответ, но на предыдущий заданный ему вопрос (а на первый вопрос отвечает как попало). Мудрый Ёжик в тумане наткнулся на Шакала, Льва, Попугая и Жирафа и решил выяснить, в каком порядке они стоят. Спросив всех по очереди «Ты Шакал?», он понял только лишь, где Жираф. Спросив всех в том же порядке: «Ты Жираф?», он смог ещё понять, где Шакал, но полной ясности так и не наступило. И лишь после того как на вопрос «Ты Попугай?» первый ответил «Да», Ежу, наконец, стало ясно, в каком порядке стояли животные. Так в каком же?

Попугай, Лев, Жираф, Шакал

25. (*Московская устная олимпиада, 2016, 6.6*) На кружок пришли дети из двух классов: Ваня, Дима, Егор, Инна, Леша, Саша и Таня. На вопрос: «Сколько здесь твоих одноклассников?» каждый честно ответил «Двое» или «Трое». Но мальчики думали, что спрашивают только про мальчиков-одноклассников, а девочки правильно понимали, что спрашивают про всех. Кто Саша — мальчик или девочка?

26. (*Московская устная олимпиада, 2010, 6.6*) На острове Правландия все жители могут ошибаться, но младшие никогда не противоречат старшим, а когда старшие противоречат младшим, они (старшие) не ошибаются. Между жителями А, Б и В произошёл такой разговор:

А: Б — самый высокий.
Б: А — самый высокий.
В: Я выше Б.

Следует ли из этого разговора, что чем моложе человек, тем он выше (для трёх говоривших)?

27. (*Московская устная олимпиада, 2010, 6.9*) В некотором государстве живут граждане трёх типов:

а) *дурак* считает всех дураками, а себя умным;
б) *скромный умный* про всех знает правильно, а себя считает дураком;
в) *уверенный умный* про всех знает правильно, а себя считает умным.

В думе — 200 депутатов. Премьер-министр провёл анонимный опрос думцев: сколько умных в этом зале сейчас находится? По данным анкет он не смог узнать количество умных. Но тут из поездки вернулся единственный депутат, не участвовавший в опросе. Он заполнил анкету про всю думу, включая себя, и прочитав её, премьер-министр всё понял. Сколько умных могло быть в думе (включая путешественника)?

28. (*Всеросс., 2015, ШЭ, 7.3*) В подводном царстве живут осьминоги с семью и восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда врут, а те, у кого 8 ног, всегда говорят правду. Однажды между тремя осьминогами состоялся такой разговор.

— **Зелёный осьминог:** У нас вместе 21 нога.
— **Синий осьминог (зелёному):** Всё ты врёшь!
— **Красный осьминог:** Да оба вы врёте!

1) Мог ли зелёный осьминог сказать правду? Почему?
2) Сколько ног было у каждого осьминога? (Ответ обоснуйте.)

1) Нет; 2) у зелёного осьминога 7 ног, у синего — 8 ног, у красного — 7 ног

29. (*Всеросс., 2017, ШЭ, 7.4*) Один из трёх друзей: Андрей, Борис или Владимир — самый сильный, другой — самый умный, третий — самый добрый. Однажды они сказали следующее:

Андрей: Владимир сильнее меня.
Борис: Я умнее Владимира.
Владимир: Борис умнее меня.

Известно, что самый сильный и самый добрый сказали правду, самый умный соврал и среди них нет двух людей, равных по силе.

Верно ли, что среди трёх друзей тот, кто самый добрый, тот и самый слабый? Обоснуйте свой ответ.

30. (*Всеросс., 2016, ШЭ, 7.5*) В волшебной кофейне встретились 55 существ: эльфов и гномов. Каждый заказал себе либо чашку чая, либо чашку кофе. Все эльфы говорят правду, когда пьют чай, и обманывают, когда пьют кофе, а все гномы — наоборот. На вопрос «Вы пьёте чай?» ответили «да» 44 присутствующих, на вопрос «Вы гном?» — 33. А на самом деле — сколько из собравшихся пили чай и сколько среди собравшихся было гномов? Обязательно объясните свой ответ.

22 существа пьют чай и 11 из собравшихся — гномы

31. (*«Ломоносов», 2014, 7–9.1*) На острове рыцарей и лжецов живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды путешественник забрёл на вечеринку, на которой собрались 12 жителей острова (назовём их для краткости A, B, …, L). Путешественник подсел к A и начал задавать вопросы: B — рыцарь или лжец?; C — рыцарь или лжец?; …; L — рыцарь или лжец? По полученным 11-ти ответам путешественник смог определить, сколько всего рыцарей среди A, …, L. Сделайте это и вы.

9

32. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7–9.1*) На острове рыцарей и лжецов рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. В школе на этом острове учатся как рыцари, так и лжецы — в одном классе. Однажды учитель спросил у четырёх детей — Ану, Бану, Вану и Дану — кто из них сделал домашнее задание. Они ответили:

— **Ану:** Домашнее задание сделали Бану, Вану и Дану.
— **Бану:** Домашнее задание не сделали Ану, Вану и Дану.
— **Вану:** Не верьте им, господин учитель! Ану и Бану — лжецы!
— **Дану:** Нет, господин учитель, Ану, Бану и Вану — рыцари!

Сколько рыцарей среди этих детей?

Один

33. (*Московская устная олимпиада, 2014, 6.7*) Врун всегда лжёт, Хитрец говорит правду или ложь, когда захочет, а Переменчик говорит то правду, то ложь попеременно. Путешественник встретил Вруна, Хитреца и Переменчика, которые знают друг друга. Сможет ли он, задавая им вопросы, выяснить, кто есть кто?

34. (*Московская устная олимпиада, 2014, 7.2*) В шеренге стоят 2014 человек, и одного из них зовут Артур. Каждый из стоящих в шеренге либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый, кроме Артура, сказал: «Между мной и Артуром стоят ровно два лжеца». Сколько лжецов в этой шеренге, если известно, что Артур — рыцарь?

35. (*Московская устная олимпиада, 2013, 7.2*) В семье весёлых гномов папа, мама и ребёнок. Имена членов семьи: Саша, Женя и Валя. За обеденным столом два гнома сделали по два заявления. Валя: «Женя и Саша разного пола. Женя и Саша – мои родители». Саша: «Я — отец Вали. Я — дочь Жени». Восстановите имя и отчество гнома-ребёнка, если известно, что каждый гном один раз сказал правду, и один раз пошутил.

36. (*Московская устная олимпиада, 2012, 7.3*) Четверо детей сказали друг о друге так.

Маша: Задачу решили трое: Саша, Наташа и Гриша.
Саша: Задачу не решили трое: Маша, Наташа и Гриша.
Наташа: Маша и Саша солгали.
Гриша: Маша, Саша и Наташа сказали правду.

Сколько детей на самом деле сказали правду?

37. (*Московская устная олимпиада, 2006, 7.3*) В XIX и XX веках Россией правили 6 царей из династии Романовых. Вот их имена и отчества по алфавиту: Александр Александрович, Александр Николаевич, Александр Павлович, Николай Александрович, Николай Павлович и Павел Петрович. Один раз после брата правил брат, во всех остальных случаях — после отца сын. Как известно, последнего русского царя звали Николаем. Восстановите порядок правления царей. *К сожалению, жюри упорно делает вид, что не знает русской истории, и не верит ничему кроме логических рассуждений.*

38. (*Математический праздник, 1991, 7.4*) Знайка пришёл в гости к братьям-близнецам Винтику и Шпунтику, зная, что один из них никогда не говорит правду, и спросил одного из них: «Ты Винтик?» «Да», — ответил тот. Когда Знайка спросил об этом же второго, то получил столь же чёткий ответ и сразу определил, кто есть кто.

Кого звали Винтиком?

39. (*«Высшая проба», 2016, 7–8.3*) Болельщики «Спартака» говорят правду, когда «Спартак» выигрывает, и лгут, когда он проигрывает. Аналогично ведут себя болельщики «Динамо», «Зенита» и «Локомотива». После двух матчей с участием этих четырёх команд, каждая из которых закончилась победой одной из команд, а не ничьей, из болельщиков, смотревших трансляцию, на вопрос «Болеете ли вы за «Спартак»?» положительно ответили 200 человек, на вопрос «Болеете ли вы за «Динамо»?» положительно ответили 300 человек, на вопрос «Болеете ли вы за «Зенит»?» положительно ответили 500 человек, на вопрос «Болеете ли вы за «Локомотив»?» положительно ответили 600 человек. Сколько человек болело за каждую из команд?

0, 100, 200, 300

40. (*Турнир Архимеда, 2015.3*) Однажды на остров Рыцарей (которые всегда говорят правду) и Лжецов (всегда лгут), приехал путешественник. Выйдя на берег, он встретил процессию из четырёх островитян, которые несли 12 красных и 4 синих шариков (по 4 каждый). Каждый из них высказал одно утверждение. Первый сказал: «Красных шариков у меня меньше, чем синих». Второй сказал: «Синих шариков у меня не меньше, чем красных». Третий сказал: «Синих и красных шариков у меня поровну». Четвёртый сказал: «Красных у меня не более одного». Не можете ли Вы указать, сколько рыцарей могло быть среди них?

0, 1 или 2

41. (*Математический праздник, 2009, 7.3*) У подводного царя служат осьминоги с шестью, семью или восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда лгут, а у кого 6 или 8 ног, всегда говорят правду. Встретились четыре осьминога. Синий сказал: «Вместе у нас 28 ног», зелёный: «Вместе у нас 27 ног», жёлтый: «Вместе у нас 26 ног», красный: «Вместе у нас 25 ног». У кого сколько ног?

У зелёного осьминога 6 ног, а у остальных по 7 ног

42. (*Математический праздник, 1998, 7.4*) На острове Контрастов живут и рыцари, и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Некоторые жители заявили, что на острове чётное число рыцарей, а остальные заявили, что на острове нечётное число лжецов. Может ли число жителей острова быть нечётным?

Нет

43. (*Турнир Архимеда, 2014.4*) На конференции по математической физике за круглым столом собрались рыцари и лжецы (рыцари всегда говорят правду, а лжецы — врут), причём известно, что среди физиков и математиков лжецов поровну. Каждому из участников конференции задали вопрос: «Кто ваш сосед справа: физик или математик?». Подводя итоги, председатель заметил: «Интересно, что нас здесь 34 человека, причём физиков и математиков поровну, однако каждый утверждает, что его сосед справа — математик». Определите, кем был председатель — рыцарем или лжецом?

Лжецом

44. (*Московская устная олимпиада, 2016, 7.4*) У Буратино есть 5 монет, ровно одна из них — фальшивая. Какая именно — известно только Коту Базилио. Буратино может выбрать три монеты, одну из них отдать Коту, и за это узнать про другие две, есть ли среди них фальшивая. Буратино знает, что Кот за настоящую монету скажет правду, а за фальшивую — соврёт. Как Буратино определить фальшивую монету среди всех пяти, задав не более трёх вопросов?

45. (*Московская устная олимпиада, 2002, 7.4*) Вовочка пришёл сдавать компьютерный тест. На экране появились 6 вопросов, на каждый из которых надо ответить «да» или «нет». После ответа на все вопросы компьютер вычисляет количество правильных ответов и ставит: двойку, если правильных ответов не более двух; тройку — если их три; четвёрку — если четыре; пятёрку — если пять или шесть.

Вовочка не знал ответа ни на один из вопросов. Тем не менее, по предыдущему опыту он знал следующее: первый и последний вопросы требуют противоположных ответов; не бывает, что на три подряд вопроса ответ один и тот же; не бывает, что утвердительные и отрицательные ответы строго чередуются; последовательность ответов на первые три вопроса не бывает в точности такой же, как последовательность ответов на последние три вопроса.

Помогите Вовочке не получить двойку.

46. (*«Высшая проба», 2017, 7.4*) На столе стоят три ящика с номерами 1, 2 и 3. В одном из них 1 красный, 1 синий и 1 зелёный шарик, в другом 1 красный и 1 зелёный, в третьем 1 синий шарик. При этом известно, что во всех трёх случаях номер ящика не совпадает с числом шариков внутри ящика. Как, вынув только один шарик, найти число шариков в каждом ящике?

47. (*Турнир Архимеда, 2017.5*) Кощей Бессмертный испытывает Ивана-царевича. На клетчатой доске 5×9 он отметил невидимыми чернилами квадрат 2×2. Ивану разрешается, выбрав несколько клеток, спросить у Кощея, есть ли среди них хотя бы одна отмеченная, на что Кощей обязан ответить правдиво: «да» или «нет». Сможет ли Иван найти отмеченный квадрат, задав не более 5 вопросов?

48. (*Турнир Архимеда, 2012.6*) За круглым столом сидят 38 попугаев и Мартышка. Известно, что каждый из них либо всегда лжёт (таких будем называть «лжецами»), либо всегда говорит правду (таких будем называть «правдивыми»). Мартышка задала каждому попугаю один и тот же вопрос: «Кем является Ваш сосед справа — правдивым или лжецом?» (опрос шёл последовательно по кругу). Первые два попугая (справа от Мартышки) ответили: «мой сосед справа — лжец». Следующие два: «мой сосед справа — правдивый», следующие два: «мой сосед справа — лжец», и так далее. По окончании опроса Мартышка сказала: «Среди нас не менее 9 правдивых». Сколько правдивых было на самом деле?

29

49. (*Турнир Архимеда, 2017.6*) К остановке, где останавливаются автобусы с номерами 164, 171, 258, 285, 365, 367, 377, 577, подошли учитель (он знает номер нужного автобуса) и три его ученика (они его не знают). Учитель предложил поиграть.

Он сообщил каждому (по секрету от остальных) одну из цифр номера: Лене — первую цифру, Васе — вторую, Коле — третью, и попросил угадать номер нужного автобуса (дети знают, кому сообщена первая цифра номера, кому — вторая, а кому — третья).

После этого между ребятами состоялся разговор:

Лена: я не знаю номера, но понимаю, что и остальные его не знают.

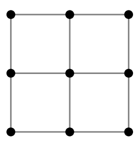
Вася: я не знаю номера, но Коля теперь должен его знать.

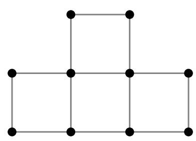
Коля: да, я знаю номер, и вы двое помогли мне его определить.

Укажите и Вы номер нужного автобуса.

50. (*Математический праздник, 2007, 7.6*) Буратино ходит по улицам города, на одном из перекрёстков которого зарыт клад. На каждом перекрёстке ему по радио сообщают, приблизился он к кладу или удалился (по сравнению с предыдущим перекрёстком). Радио либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт (но Буратино не знает, лжёт оно или нет).

Сможет ли Буратино точно узнать, где закопан клад, если план города имеет вид:

а) 

б) 

(Перекрёстки отмечены точками.)

а) Нет, не всегда; б) да, всегда сможет найти

51. (*Математический праздник, 1999, 7.6*) Квадрат разбили на 100 прямоугольников девятью вертикальными и девятью горизонтальными прямыми (параллельными его сторонам). Среди этих прямоугольников оказалось ровно 9 квадратов. Докажите, что два из этих квадратов имеют одинаковый размер.