

Взаимное расположение прямых в пространстве

Существует три варианта взаимного расположения двух прямых в пространстве: прямые могут быть *пересекающимися*, *параллельными* и *скрещивающимися*.

Пересекающиеся прямые

Две различные прямые называются *пересекающимися*, если они имеют общую точку. Точка пересечения единственна: если две прямые имеют две общие точки, то они совпадают.

Пересекающиеся прямые изображены на рис. 1. Прямые a и b , как видим, пересекаются в точке A .

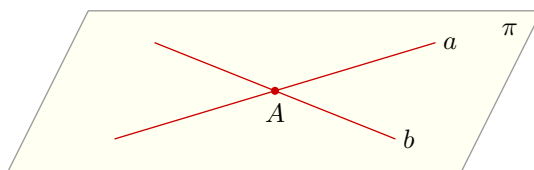


Рис. 1. Пересекающиеся прямые

Заметьте, что существует единственная плоскость, проходящая через две пересекающиеся прямые. Это также показано на рис. 1: через прямые a и b проходит единственная плоскость π .

Вопрос. Прямая a пересекает прямую b , прямая b пересекает прямую c . Верно ли, что прямые a и c пересекаются?

Параллельные прямые

Ещё с седьмого класса вы помните, что «параллельные прямые — это те, которые не пересекаются». В пространстве, однако, для параллельности прямых нужно одно дополнительное условие.

Определение. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Таким образом, помимо «непересечения» требуется, чтобы прямые лежали в одной плоскости. На рис. 2 показаны параллельные прямые a и b ; через них проходит (единственная) плоскость π .

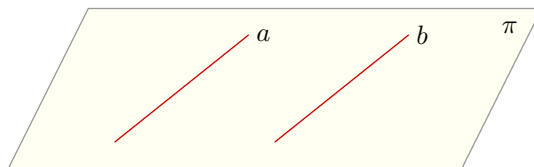


Рис. 2. Параллельные прямые

Параллельность обладает важным свойством *транзитивности*. Именно, для трёх различных прямых a , b и c выполнено:

$$a \parallel b \text{ и } b \parallel c \Rightarrow a \parallel c$$

(две различные прямые, параллельные третьей прямой, параллельны между собой).

Скрещивающиеся прямые

Если две прямые пересекаются или параллельны, то, как мы видели, через них можно провести плоскость (и притом единственную). Возможна также ситуация, когда через две прямые плоскость провести нельзя.

Определение. Две прямые называются скрещивающимися, если они не параллельны и не пересекаются.

Равносильное определение такое: *две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.*

На рис. 3 показаны скрещивающиеся прямые a и b .

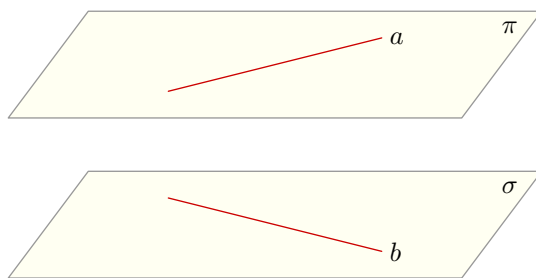


Рис. 3. Скрещивающиеся прямые

Важный факт состоит в том, что через две скрещивающиеся прямые можно провести две параллельные плоскости¹. Именно, *если прямые a и b скрещиваются, то существует единственная пара плоскостей π и σ таких, что $a \subset \pi$, $b \subset \sigma$ и $\pi \parallel \sigma$.* Это и показано на рис. 3.

Все три рассмотренных варианта взаимного расположения прямых можно видеть в треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ (рис. 4).

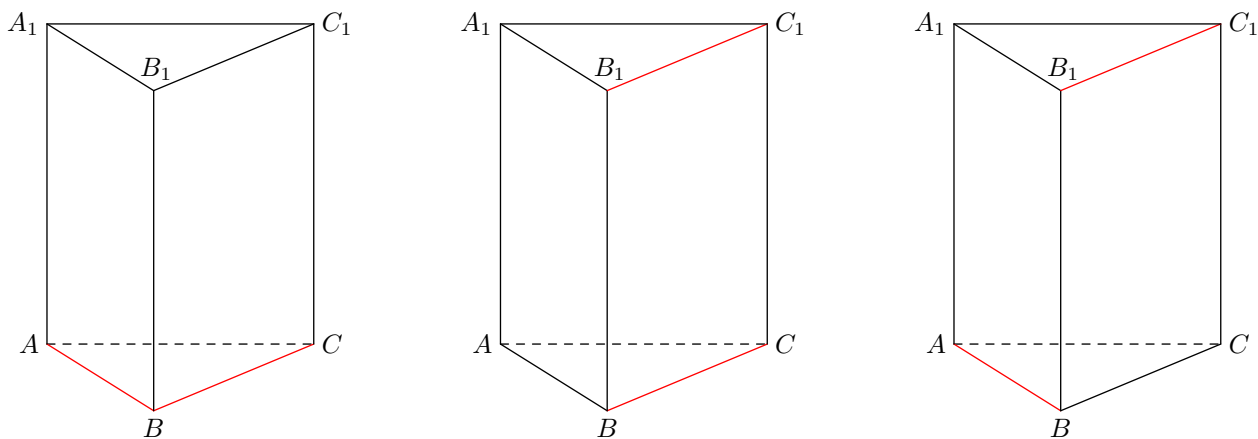


Рис. 4. Взаимное расположение двух прямых

Именно, прямые AB и BC пересекаются (левый рисунок); прямые BC и B_1C_1 параллельны (рисунок в центре); прямые AB и B_1C_1 скрещиваются (правый рисунок).

¹Плоскости называются параллельными, если они не имеют общих точек.