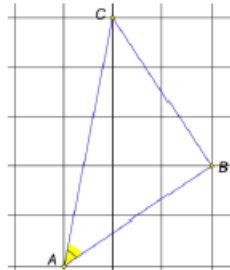


## Геометрия на клетчатой бумаге

1. («Ломоносов», 2017, 5–6.2, 7–8.1) На клетчатой бумаге нарисовали треугольник  $ABC$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $A$ .



45°

2. (Московская устная олимпиада, 2013, 6.2) Из каждого клетчатого квадрата со стороной 3 клетки вырезается фигура из пяти клеток с таким же периметром, как у квадрата, но площадью 5 клеток. Саша утверждает, что сможет вырезать 7 таких различных фигур (никакие две из них не совместятся при наложении, даже если фигуры переворачивать). Не ошибается ли он?

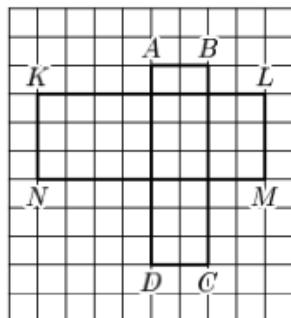
3. (Математический праздник, 1999, 6–7.5) Нарисуйте на клетчатой бумаге треугольник с вершинами в углах клеток, две медианы которого перпендикулярны. (Медиана соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны.)

4. (Математический праздник, 2015, 6.6) Юра начертил на клетчатой бумаге прямоугольник (по клеточкам) и нарисовал на нём картину. После этого он нарисовал вокруг картины рамку шириной в одну клеточку (см. рисунок). Оказалось, что площадь картины равна площади рамки. Какие размеры могла иметь Юрина картина? (Перечислите все варианты и докажете, что других нет.)



3 × 3 или 6 × 4 или 6 × 3

5. (Московская устная олимпиада, 2006, 6.8) Прямоугольники  $ABCD$  и  $KLMN$  имеют соответственно параллельные стороны и расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что площади четырёхугольников  $ALCN$  и  $KBMD$  равны.



6. (Всеросс., 2015, I этап, 7.4) На клетчатой бумаге нарисован квадрат со стороной 5 клеток. Его требуется разбить на 5 частей одинаковой площади, проводя отрезки внутри квадрата только по линиям сетки. Сделайте это так, чтобы сумма длин всех проведённых отрезков была равна 16 клеткам.

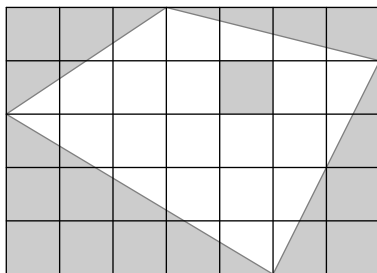
7. (Математический праздник, 1993, 7.1) Можно ли в центры 16 клеток шахматной доски  $8 \times 8$  вбить гвозди так, чтобы никакие три гвоздя не лежали на одной прямой?

8. (Математический праздник, 2009, 7.1) Петя и Вася живут в соседних домах (см. план на рисунке). Вася живет в четвёртом подъезде. Известно, что Пете, чтобы добежать до Васи кратчайшим путем (не обязательно идущим по сторонам клеток), безразлично, с какой стороны обегать свой дом. Определите, в каком подъезде живет Петя.



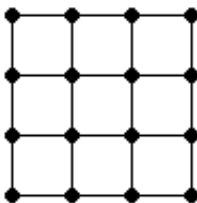
В шестом

9. (Турнир Архимеда, 2013.2) Имение маркиза Карабаса имеет форму прямоугольника (см. рисунок). Часть участка занимает лес (выделен тёмным), остальное — пастбище. Чего у маркиза больше — леса или пастбищ? Ответ объясните.



Ляодор

10. (Математический праздник, 2005, 7.3) Зачеркните все шестнадцать точек, изображённых на рисунке, шестью отрезками, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя отрезков по линиям сетки.



11. (Математический праздник, 2006, 7.3) Наташа сделала из листа клетчатой бумаги календарь на январь 2006 года (см. рисунок) и заметила, что центры клеток 10, 20 и 30 января образуют равнобедренный прямоугольный треугольник. Наташа предположила, что это будет верно и в любом другом году, за исключением тех лет, когда центры клеток 10, 20 и 30 лежат на одной прямой. Права ли Наташа?

						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Да

12. (Математический праздник, 2007, 7.4) На клетчатой бумаге отмечены четыре узла сетки, образующие квадрат  $4 \times 4$ . Отметьте ещё два узла и соедините их замкнутой ломаной так, чтобы получился шестиугольник (не обязательно выпуклый) площади 6 клеток.

13. (Московская устная олимпиада, 2015, 7.8) На сетке из равносторонних треугольников построен угол  $ACB$  (см. рисунок). Найдите его величину.

